

Curs 11 – Sfera. Reprezentare, intersecția cu o dreaptă, secțiuni, plane tangente.

11.1. Reprezentarea suprafețelor curbe – Sfera

- suprafață neriglată: are generatoarea o curbă

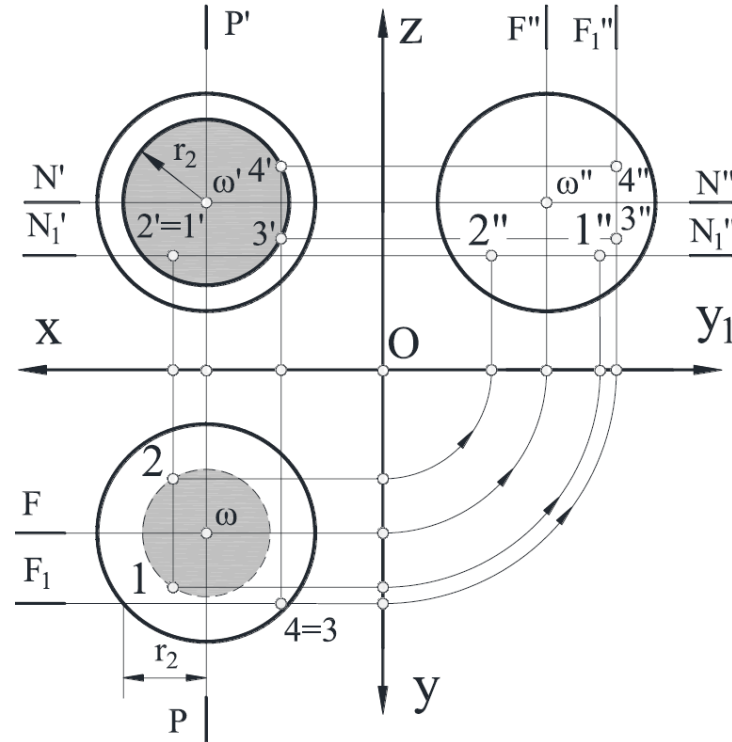
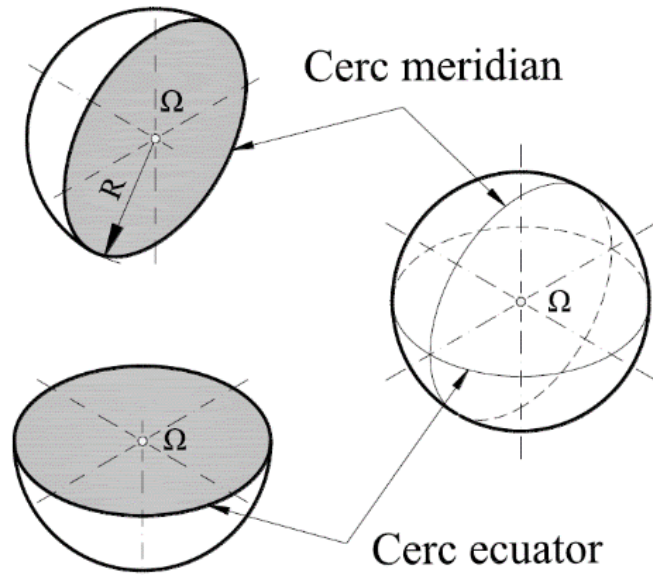
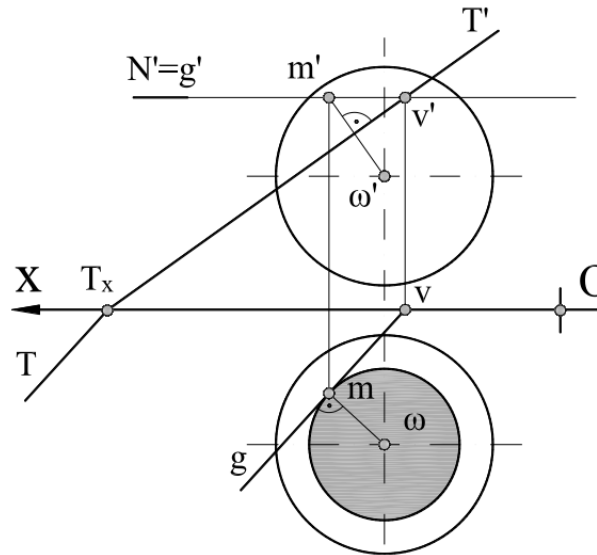
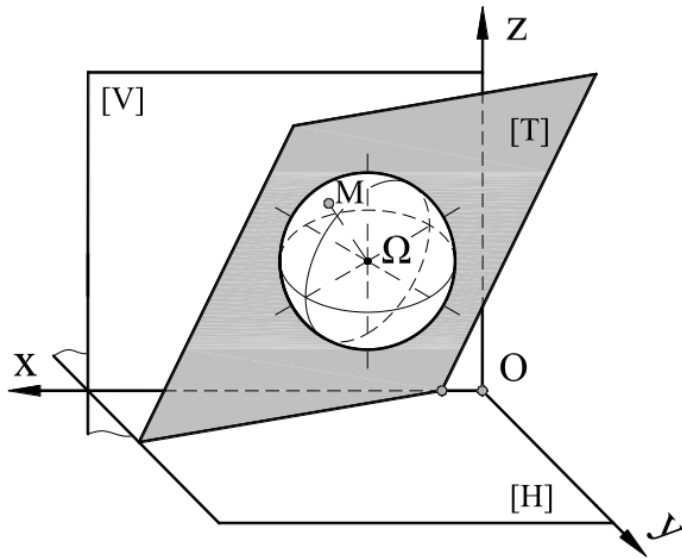


Fig. 11.1 Reprezentarea sferei - reprezentare în spațiu și în epură

11.2. Plan tangent într-un punct pe suprafața unei sfere

Planul tangent la o suprafață sferică are punctul comun cu aceasta și este perpendicular pe raza care trece prin punctul de tangență.



$M \in \text{sferii}$

$[T] \perp \Omega M$

$T' \perp \omega' m', v' \in T'$

$G(g, g') \parallel [H], G \in [T]$

$M(m, m') \in G(g, g')$

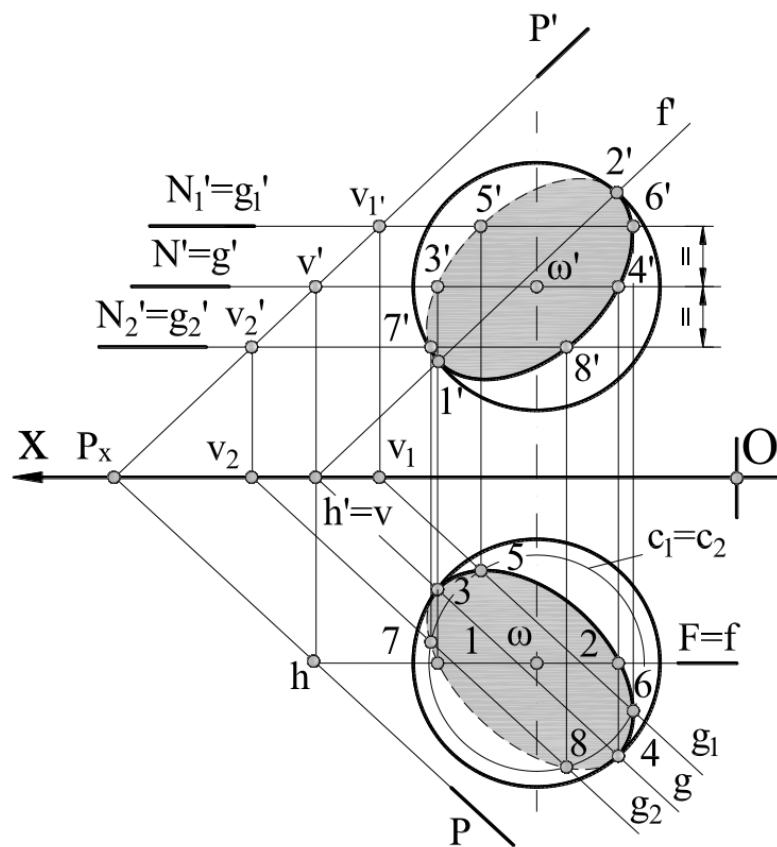
$g \perp \omega m$

$G \cap [V] = V(v, v')$

$T \parallel g, T_x \in T$

Fig. 11.2 Plan tangent într-un punct pe suprafața unei sfere

11.3. Secțiune plană în sferă, determinată de un plan oarecare [P]



$P] \cap \text{sfera} = \text{cerc}$

$[P] \cap [F] = F(f, f')$

$[F] \cap \text{sfera} = \text{cerc meridian principal}$

$f' \cap \text{cerc merid.pr.} = 1', 2' \Rightarrow 1, 2 \in f$

$[P] \cap [N] = G(g, g')$

$[N] \cap \text{sfera} = \text{cerc ecuator}$

$g \cap \text{cerc ecuator} = 3, 4 \Rightarrow 3', 4' \in g'$

$[P] \cap [N_1] = G_1(g_1, g_1')$

$[N_1] \cap \text{sfera} = \text{cerc } c_1$

$g_1 \cap \text{cerc } c_1 = 5, 6 \Rightarrow 5', 6' \in g_1'$

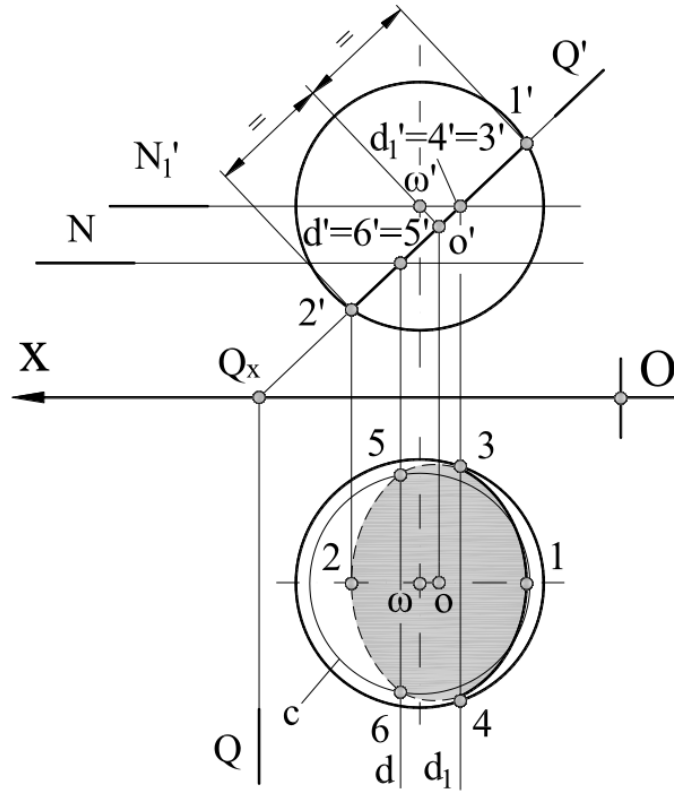
$[P] \cap [N_2] = G_2(g_2, g_2')$

$[N_2] \cap \text{sfera} = \text{cerc } c_2$

$g_2 \cap \text{cerc } c_2 = 7, 8 \Rightarrow 7', 8' \in g_2'$

Fig. 11.3 Secțiune plană în sferă, determinată de un plan oarecare [P]

11.4. Secțiune plană în sferă, determinată de un plan de capăt [Q]



$[Q] \cap \text{sfera} = \text{cerc}$

$[Q] \perp [V]$

$[Q] \cap [N_1] = D_1(d_1, d_1')$

$D_1 \perp [V]$

$1'2' \equiv Q'$

$[N_1] \cap \text{sfera} = \text{cerc ecuator}$

$d_1 \cap \text{cerc ecuator} = 3, 4 \Rightarrow 3', 4' \equiv d_1'$

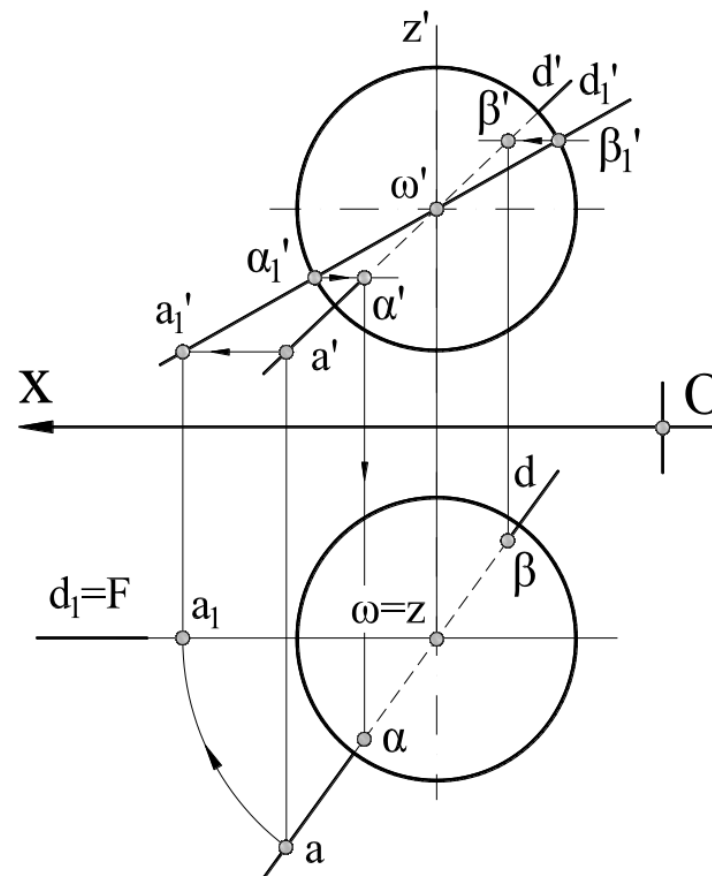
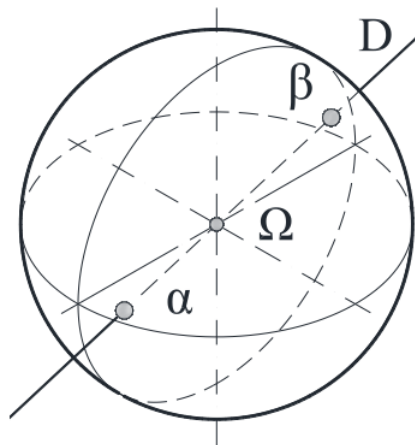
$[Q] \cap [N] = D(d, d')$

$[N] \cap \text{sfera} = \text{cerc } c$

$d \cap \text{cerc } c = 5, 6 \Rightarrow 5', 6' \equiv d'$

Fig. 11.4 Secțiune plană în sferă, determinată de un plan de capăt [Q]

11.5. Intersecția sferei cu o dreaptă oarecare ce trece prin centrul sferei Ω (metoda rotației)



Observații:

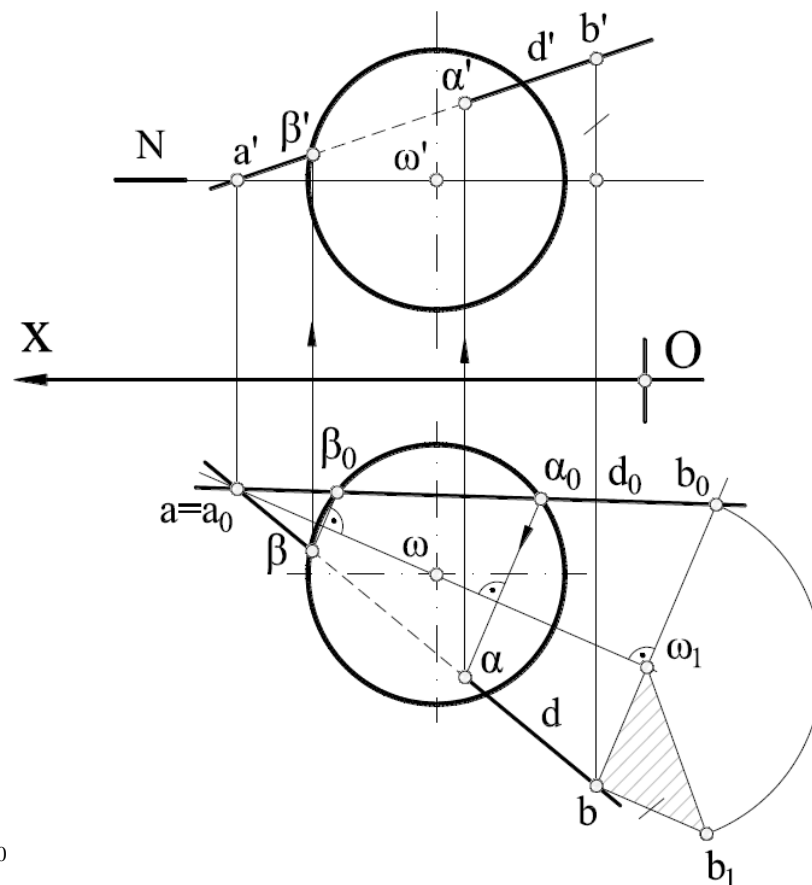
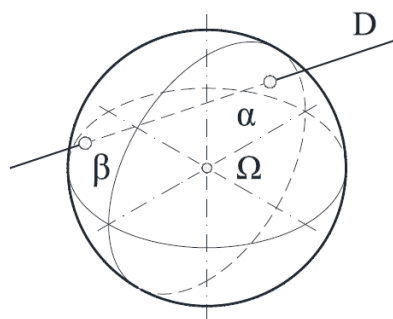
$$D(d,d') \cap \text{sfera} = (\alpha,\alpha'), (\beta,\beta')$$

$$D(d,d') \rightarrow D_1(d_1,d_1'), \quad Z(z,z') \perp [H], \quad D_1 \parallel [V], \quad D_1 = A \cup \Omega$$

$$d_1' \cap \text{cerc merid.pr.} = \alpha_1', \beta_1' \Rightarrow \alpha', \beta' \in d'$$

Fig. 11.5 Intersecția sferei cu o dreaptă oarecare ce trece prin centrul sferei Ω (metoda rotației)

11.6. Reprezentarea suprafețelor curbe – Sfera



Observații:

$$D(d,d') \cap \text{sfera} = (\alpha,\alpha'), (\beta,\beta')$$

$a\omega$ - axa de rabatere, $\Delta b\omega_1 b_1 = \Delta$ de rabatere, $d_0 = a_0 \cup b_0$

$$d_0 \cap \text{cerc ecuator} = \alpha_0, \beta_0 \Rightarrow \alpha, \beta \in d \Rightarrow \alpha', \beta' \in d'$$

Fig. 11.6 Intersecția sferei cu o dreaptă oarecare ce nu trece prin centrul sferei Ω (metoda rabaterii)

11.7. Desfășurarea sferei

Suprafața sferică este o suprafață nedesfășurabilă exact, aceasta poate fi desfășurată aproximativ. Printre metodele utilizate la desfășurare întâlnim: desfășurarea sferei prin fusuri sferice, metoda zonelor sferice, metoda pentagoanelor, metoda triunghiurilor sferice.

Fusul sferic este o porțiune din suprafața sferei, obținută prin secționarea sferei cu plane proiectante verticale, T_1 și T_2 . Pentru obținerea desfășuratei fusului, se consideră patru plane auxiliare de nivel $[N_1]$ - $[N_4]$, duse astfel încât arcele determinate pe cercul meridian să fie egale între ele: $1'2' = 2'3' = 3'4' = 4'5'$. Planele de nivel secționează sfera după cercuri, iar fusul considerat, după arcele de cerc lj , mn , pq și ab , proiectate în adevărată mărime pe planul orizontal.

Având în vedere că înălțimea unui fus sferic desfășurat este jumătate din lungimea cercului meridian, πR , pentru desfășurare se trasează un segment de această lungime și jumătatea superioară se împarte în patru părți egale (lungimile determinate de planele de nivel): $1_0 2_0 = 2_0 3_0 = 3_0 4_0 = 4_0 5_0$. Pe perpendiculară pe axa fusului, se măsoară segmente egale cu arcele determinate de planele de nivel pe fus: $J_0 L_0 = jl$, $M_0 N_0 = mn$, $P_0 Q_0 = pq$ și $A_0 B_0 = ab$. Fusul este identic și în jumătatea inferioară; construcția se repetă de opt ori.

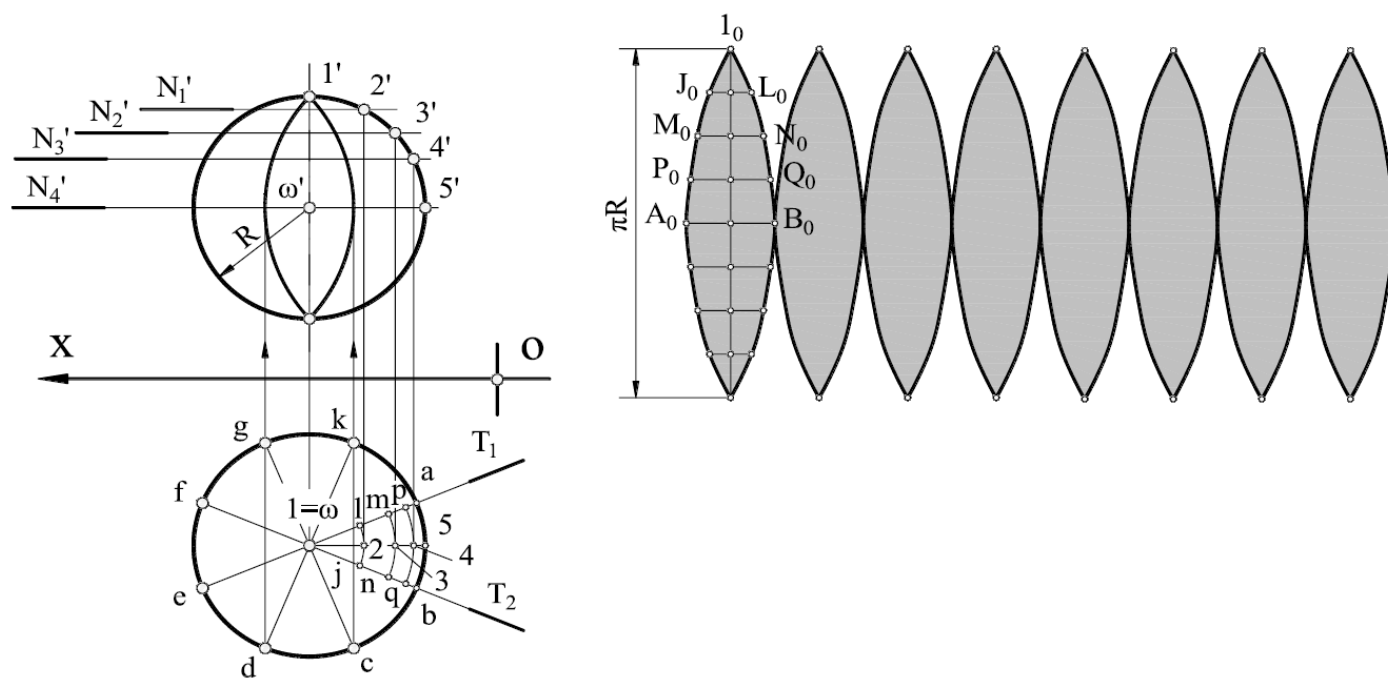
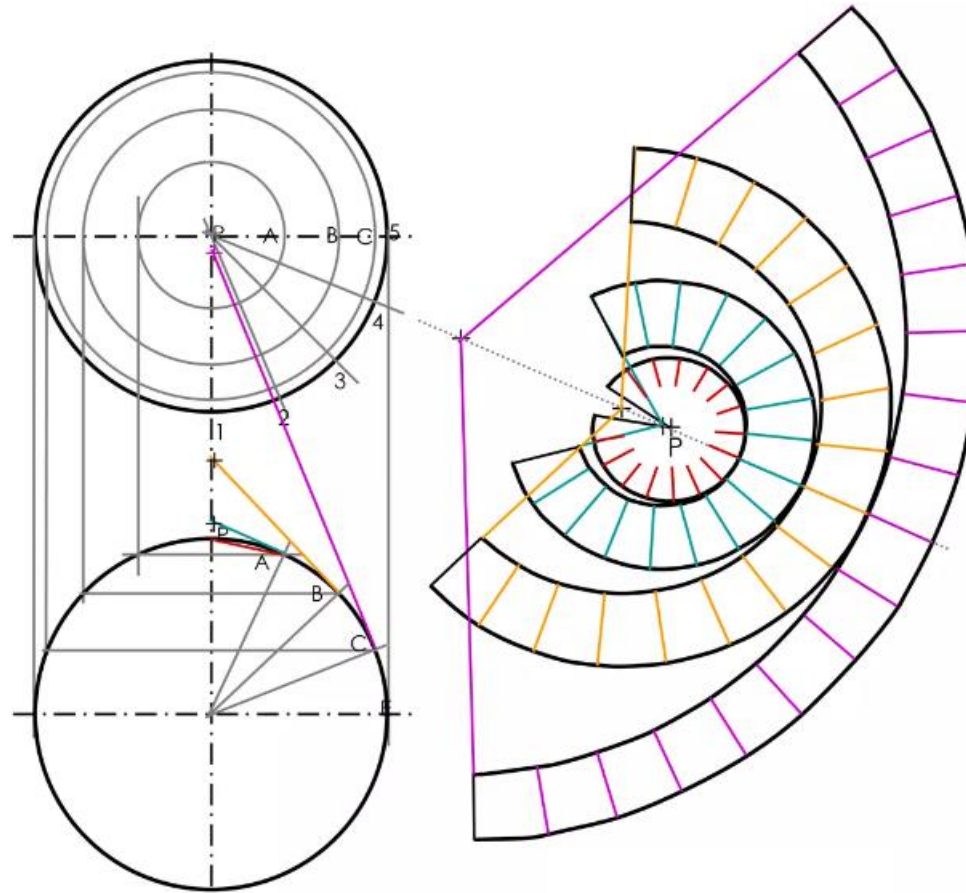


Fig. 11.7 Desfășurarea sferei prin fusuri sferice

Desfășurarea sferei prin zone sferice



<https://www.slideshare.net/takashikomurosgirl/sphere-development>

Fig. 11.8 Desfășurarea sferei prin zone sferice

Desfășurarea sferei - exemple



Fig. 11.9 Crearea sferei prin sudura fusurilor sferice
[DOI:10.18280/mmep.060320](https://doi.org/10.18280/mmep.060320)



<https://doi.org/10.3390/designs7010012>

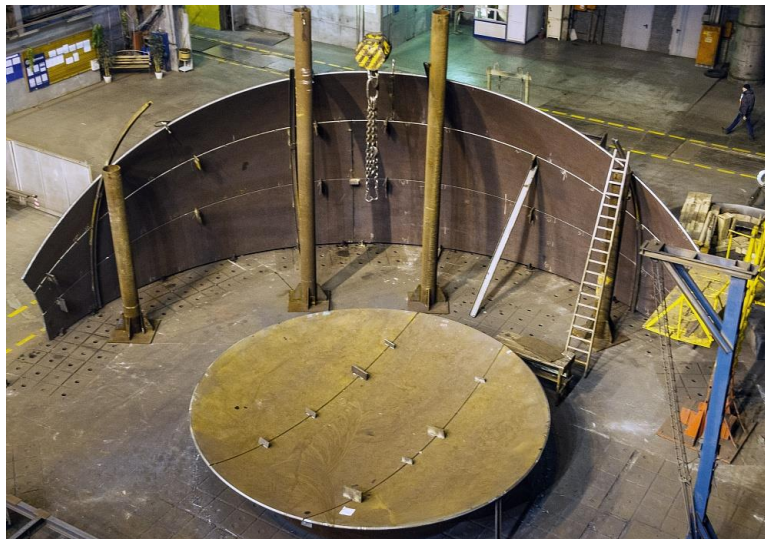
Desfășurarea sferei



<https://chemicalengineeringworld.com/spherical-storage-tank-design/>



<https://hna.ru/news/805.news>



<https://rupec.ru/news/33532/>