

Geometrie descriptivă



Curs 2 ore

- 14 - ședințe – 2 ore. Total 28 ore.



Lucrări de laborator

- prezența obligatorie
- 14 - ședințe – 2 ore. Total 28 ore
- Rechizite necesare (obligatorii) – trusă de geometrie (creion, liniar, echer, raportor, compas, florar, radieră) și formate pentru desenare A3



La finalul lucrărilor de laborator se predă dosarul cu planșele efectuate la laborator și temele pentru acasă.

Nota dosarului trebuie sa fie mai mare sau egală cu 5, pentru ca studentul să poată intra in examenul final.



Cadre didactice:

Curs

Șef.lucr.dr.ing. Iacob-Liviu SCURTU

Laborator

Șef.lucr.dr.ing. Iacob-Liviu SCURTU

Șef.lucr.dr.ing. Ancuța-Nadia JURCO

Asist.dr.ing. Ioan SZABO



email



liviu.scurtu@auto.utcluj.ro

Curs 1 – *Obiectivul disciplinei. Sisteme de proiecție. Reprezentarea axonometrică. Reprezentarea punctului.*

1.1 Obiectul disciplinei

1.1.1 Elemente generale

- **Definiție**

Geometria descriptivă este știința care studiază metodele de reprezentare exacte ale corpurilor prin metoda proiecțiilor ortogonale.

Creatorul *Geometriei Descriptive* este matematicianul francez **Gaspard Monge** (1746-1818) care a elaborat o teorie a reprezentărilor grafice pentru nevoile tehnice, bazată pe sistemul dublei proiecții ortogonale și a publicat primul tratat de Geometrie Descriptivă (1799).

Deosebit de importantă este implicarea sa substanțială în fondarea *École Polytechnique*, care a fost creată inițial pentru ingineri. Monge a fost profesor de geometrie descriptivă, analitică și diferențială.

Designul ingineresc a fost revoluționat de noile sale proceduri. Mai mult decât atât, educația a avansat semnificativ de publicațiile și prelegerile sale de succes.



Fig. 1 Gaspard Monge (1746-1818)
https://ro.wikipedia.org/wiki/Gaspard_Monge

<https://www.britannica.com/biography/Gaspard-Monge-comte-de-Peluse#ref755508>

1.2 Sisteme de proiecție

Elemente generale. Definiție

Un **sistem de proiecție** este definit printr-un ansamblu de elemente și metode care permit trecerea dintr-un spațiu tridimensional într-un plan cu două dimensiuni; sistemul de proiecție constituie baza reprezentării grafice. Pentru a reprezenta formele din spațiul tridimensional pe spațiul bidimensional se folosesc în general două sisteme de proiecție:

Sistemul de
proiecție central

Sistemul de
proiecție paralel

1.1.1 Sistemul central

Se consideră în spațiul tridimensional un plan oarecare $[P]$ numit **plan de proiecție** sau de reprezentare și la o anumită distanță un punct S ($S \notin [P]$), denumit **centru de proiecție**. Fie în acest sistem de proiecție ($[P]+S$) un punct oarecare A nesituat în planul $[P]$. Pentru a obține proiecția punctului A din spațiu pe planul $[P]$, se trasează prin centrul de proiecție S dreapta până la intersecția acesteia cu planul $[P]$ în a .

Dreapta se numește **proiectantă** iar punctul de intersecție a - proiecția centrală a punctului A pe planul $[P]$. Analog, se pot construi proiecțiile punctelor B și C , astfel încât punctele a, b, c reprezintă proiecția triunghiului ABC din spațiu pe planul $[P]$.

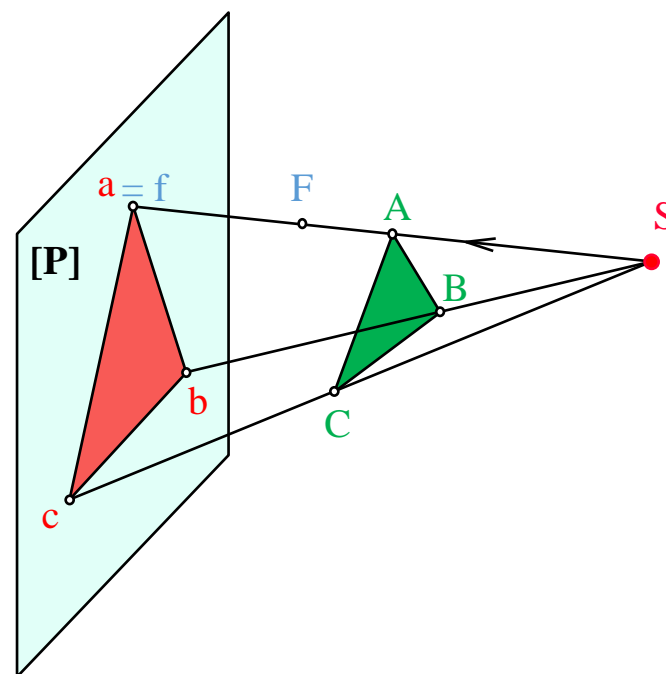


Fig. 2 Sistemul central-conic de proiecție

1.1.2 Sistemul paralel de proiecție

Sistemul paralel de proiecție este definit de planul de proiecție $[P]$ și de direcția de proiecție D . În acest caz, centrul de proiecție S este considerat situat la infinit, iar proiectantele sunt paralele cu direcția D .

Proiecția paralelă oblică

La proiecția **paralelă oblică** proiectantele formează cu planul de proiecție un unghi $\alpha \neq 90^\circ$,

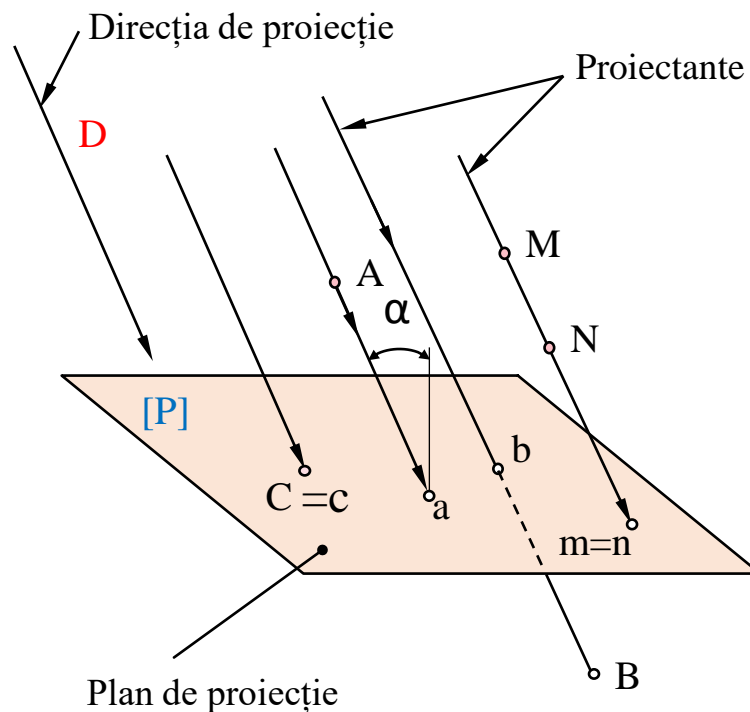


Fig. 3 Proiecția paralelă oblică

Proiecția paralelă ortogonală

Proiecția paralelă ortogonală proiectantele sunt perpendiculare pe planul de proiecție, $\alpha=90^\circ$. Sistemul paralel de proiecție cu proiectantele perpendiculare pe planul de proiecție este preferat în cadrul reprezentărilor tehnice.

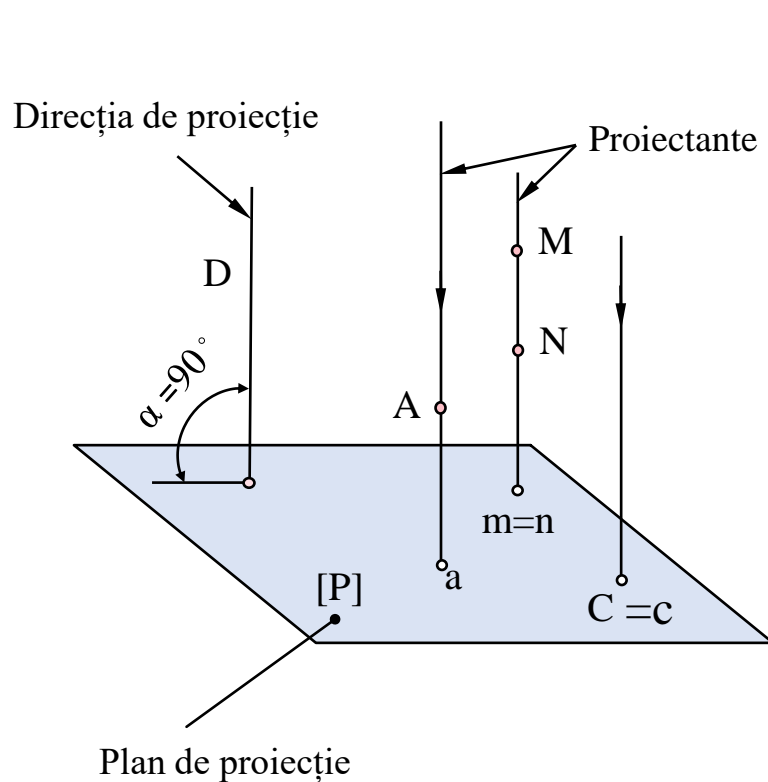


Fig. 4 Proiecția paralelă ortogonală

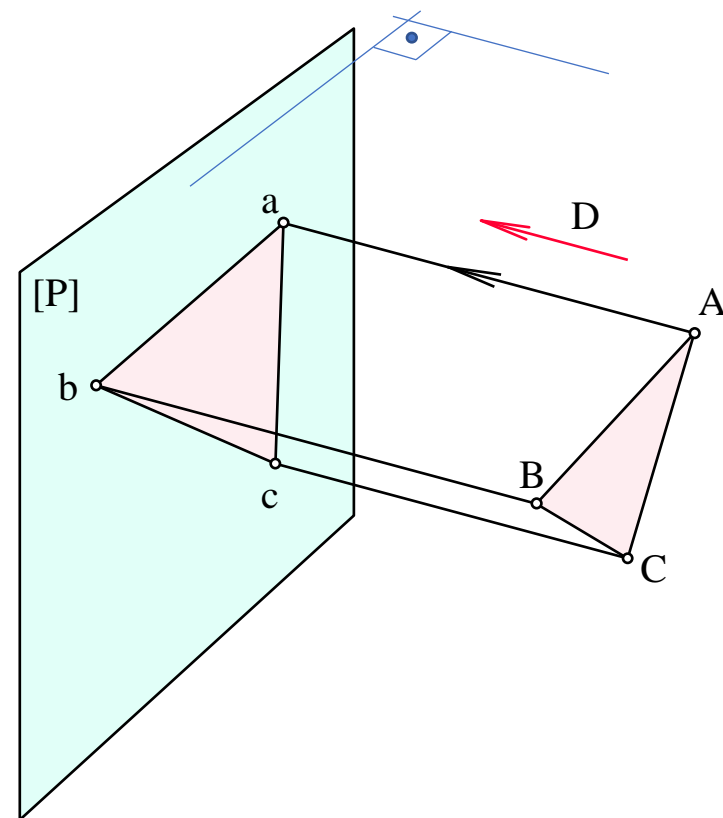


Fig. 5 Proiecția paralelă ortogonală a unei plăci

1.1.3 Corespondența proiectivă

Corespondența univocă

Proiecției paralele corespondența dintre punctele din spațiului și cele carer aparțin planului de proiecție este univocă. Este imposibil de determinat punctele corespondente din spațiu, fiecărei proiecții corespunzându-i un număr infinit de puncte din spațiu.

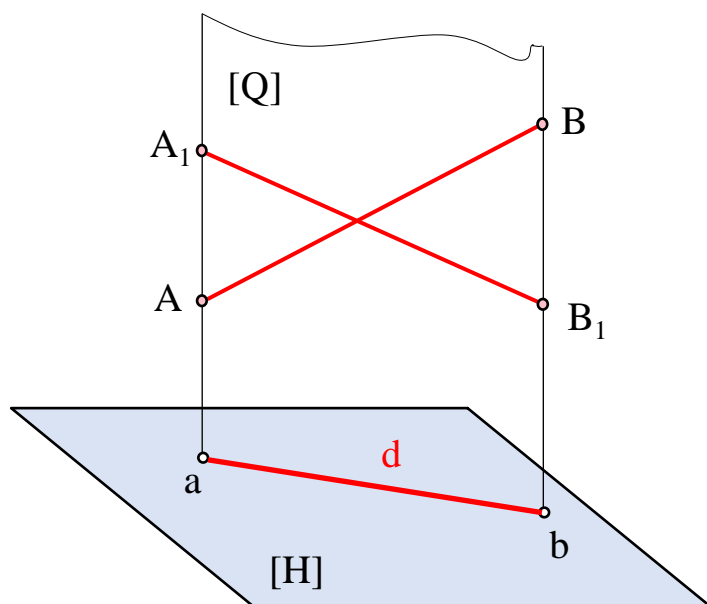


Fig. 6 Corespondența univocă

Corespondența biunivocă (Proiecția dublu ortogonală Monge)

Folosind sistemul de proiecție dublu ortogonal Monge, obținut prin introducerea unui al doilea plan de proiecție perpendicular pe primul, transformarea să se poată realiza și în sens invers, realizându-se o relație biunivocă.

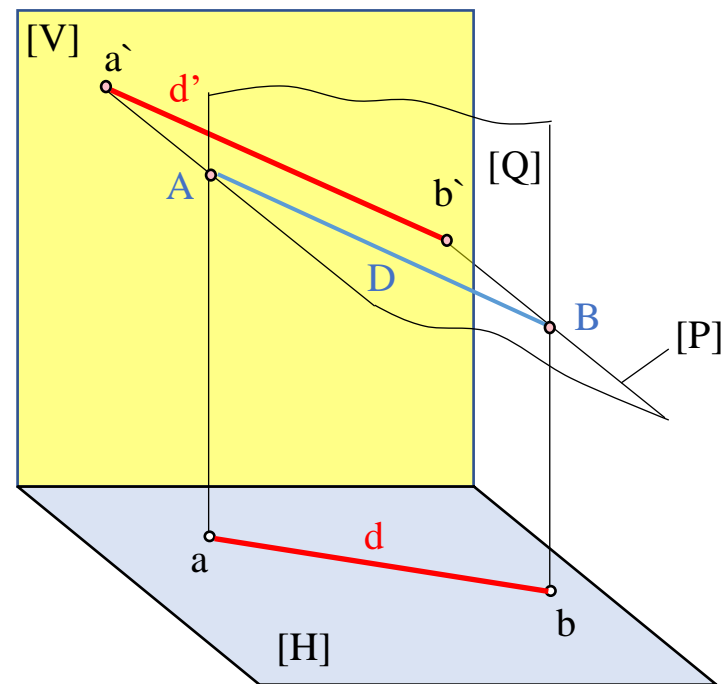


Fig. 7 Corespondența biunivocă

1.3. Reprezentarea în proiecție axonometrică

Înțelegerea formei piesei într-o manieră mai clară și mai rapidă se poate realiza prin trasarea proiecției axonometrice a piesei. Această proiecție axonometrică a piesei completează desenul în proiecție ortogonală a acesteia și se recomandă ca poziția proiecției axonometrice să corespundă în raport cu planul ortogonal principal de proiecție ales.

Reprezentările axonometrice în desenul tehnic sunt realizate în conformitate cu regulile stabilite în SR EN ISO 5456-3:2009, unde sunt recomandate trei moduri de reprezentare axonometrică a obiectelor:

- Reprezentarea axonometrică **izometrică**
- Reprezentarea axonometrică **dimetrică**
- Reprezentarea axonometrică **oblică**

Reprezentarea în proiecție axonometrică izometrică

Reprezentarea în proiecție izometrică a pieselor este cea mai utilizată metodă de proiecție axonometrică în desenul tehnic. Cele trei axe de coordonate OX, OY, OZ și planul de proiecție formează trei unghiuri egale, hexaedrul reprezentat având toate fețele înclinare ca planul de proiecție, conform figurii 8b.

Dimensiunile de reprezentare a piesei pe cele trei axe axonometrice corespund scării reale de reprezentare (1:1), iar unghiurile dintre axe de 120° , figura 8a. Reprezentarea piesei după această modalitate va da o imagine axonometrică mărită a obiectului de **1,225** ori. Lungimea axelor elipsei reprezentată pe cele trei fețe ale hexaedrului sunt $a_1 = 1,22s$ și $b_1 = 0,71s$. În figura 8c este prezentat un exemplu de cotare a unei piese reprezentate în proiecție axonometrică izometrică.

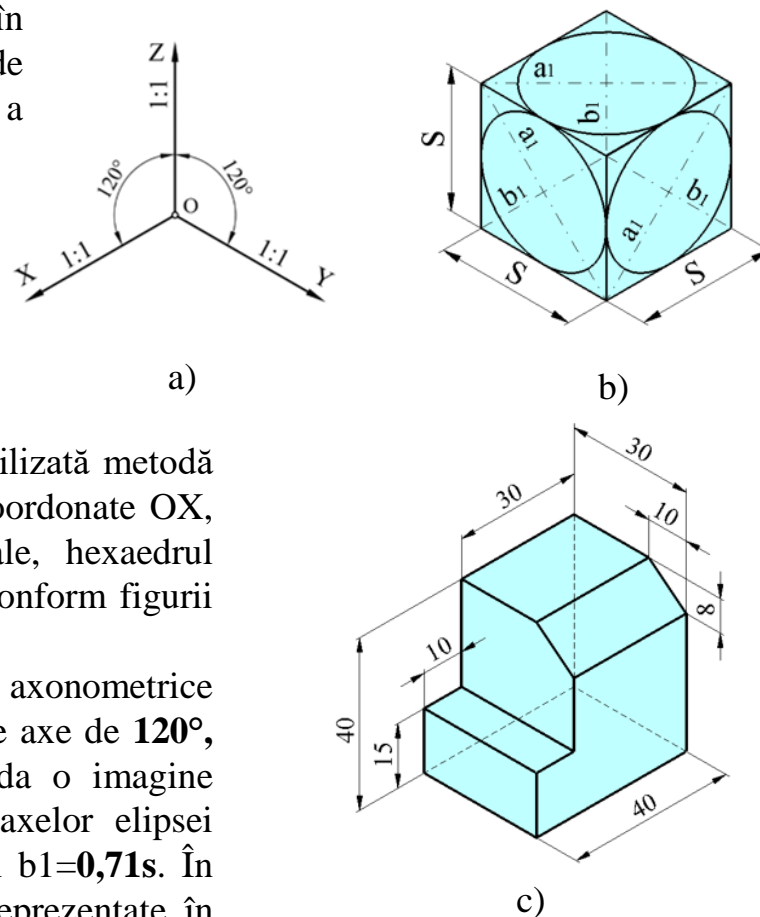
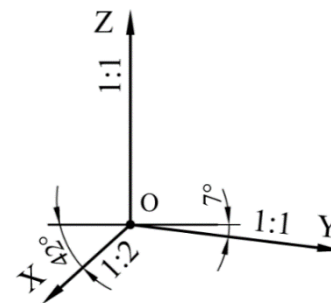


Fig. 8. Reprezentarea axonometrică izometrică

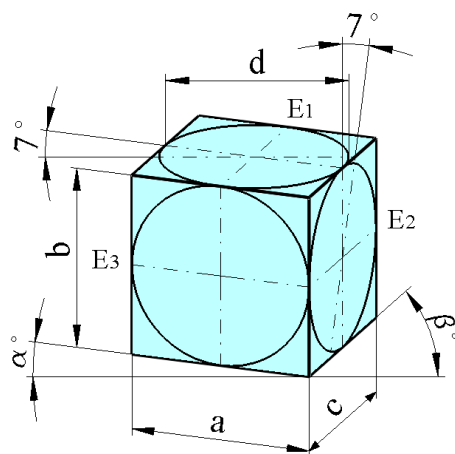
Reprezentarea în proiecție axonometrică dimetrică

În situația în care vederea unui obiect de reprezentat prezintă o importanță principală se utilizează reprezentarea în proiecție axonometrică dimetrică a obiectului respectiv.

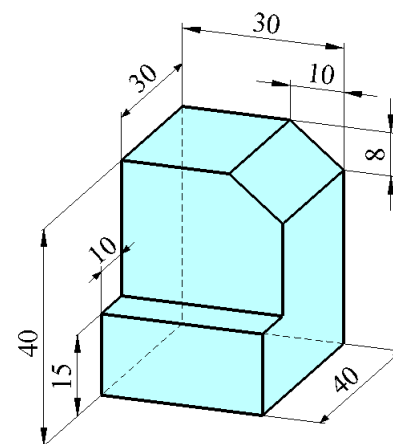
Scara de reprezentare este 1:1 pe axele OY și OZ, iar pe OX este 1:2, conform fig. 9a. Hexaedrul drept cu cercuri înscrise pe fețe cu dimensiunea unghiului $\alpha=7^\circ$, $\beta=42^\circ$ este reprezentat în figura 9b. Exemplul unei piese cotate reprezentate axonometric izometric este prezentat în figura 9c.



a)



b)



c)

Fig. 9 Reprezentarea axonometrică dimetrică

Reprezentarea în proiecție axonometrică oblică

În cadrul acestei metode de reprezentare planul proiecție este paralel cu un plan de coordonate și cu fața obiectului reprezentat, a cărui proiecție rămâne la aceeași scară. Axele OX și OZ sunt trasate la un unghi de 90° între ele, iar direcția axei OY și scara acesteia sunt arbitrare.

a) Reprezentarea în proiecție axonometrică cavalieră specială

Planul de proiecție ales este cel vertical, iar proiecția celei de-a treia axe de coordonate este aleasă prin convenție la 45° , raportat la celelalte două axe, iar scările de reprezentare pe cele trei axe de proiecție sunt întotdeauna identice. Hexaedrul drept se reprezintă în proiecții axonometrice cavaliere speciale conform figurii 10

Avantajul acestei modalități de reprezentare este că se desenează și se cotează ușor, iar dezavantajul este că se creează distorsiuni a proporțiilor piesei raportat la direcția celei de-a treia axe de coordonate.

b) Reprezentarea în proiecție axonometrică cavalieră (cabinet)

Reprezentarea obiectelor în proiecție axonometrică cavalieră (cabinet) se deosebește de axonometria cavaliere specială prin diferența că pe cea de-a treia axă de proiecție scara de reprezentare este 1:2, obținându-se astfel o reprezentare mai armonioasă a obiectului, după cum se poate observa în figura 10c.

Un hexaedru drept cu cercuri desenate pe fețele sale este reprezentat în figura 10b, unde se observă că cercul trasat pe fața principală este în mărime reală, iar cercurile de pe celelalte două fețe sunt reprezentate deformat, de forma unei elipse cu axa mare $a_2 = 1,06s$ și axa mică $b_2 = 0,33s$.

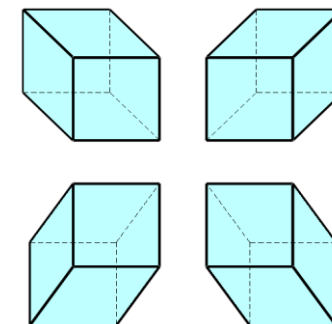


Fig. 10 Reprezentarea axonometrică oblică

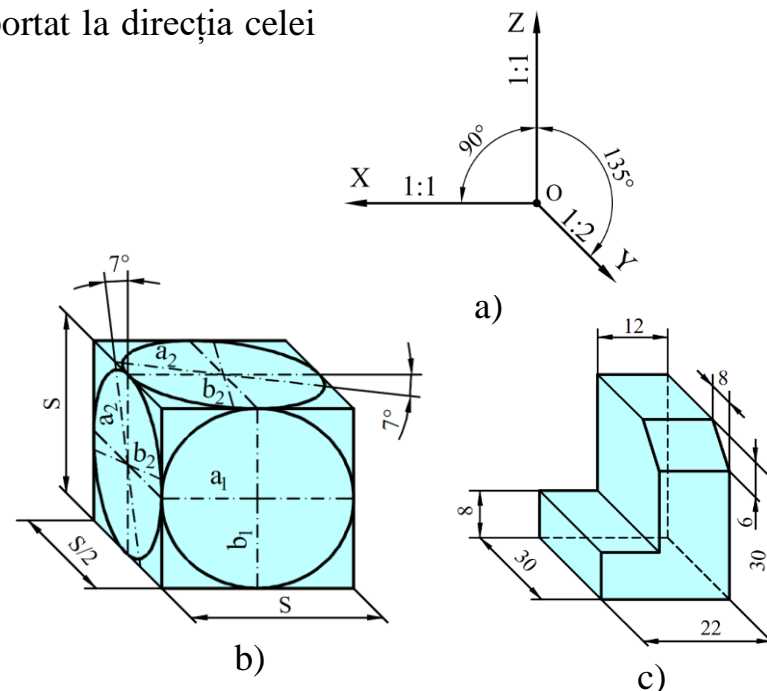


Fig. 1.3 Reprezentarea axonometrică cavalieră (cabinet)

1.4 Reprezentarea punctului. Reprezentarea în plan a punctelor din spațiu

Reprezentările grafice inginerești au ca bază teoretică cunoștințele de geometrie descriptivă și o serie de reguli și convenții stabilite prin standarde internaționale. Plecând de la corespondența biunivocă spațiu-plan, stabilită prin proiecția dublu ortogonală Monge se studiază reprezentarea pe planele de proiecție a punctului, a dreptei, a planului și a corpurilor geometrice simple.

1.2.1 Împărțirea spațiului

Împărțirea spațiului în diedre

- Patru diedre numerotate în sens trigonometric
- $[V] \cap [H] \rightarrow Ox$ (linie de pământ)
- $[V] \perp [H]$

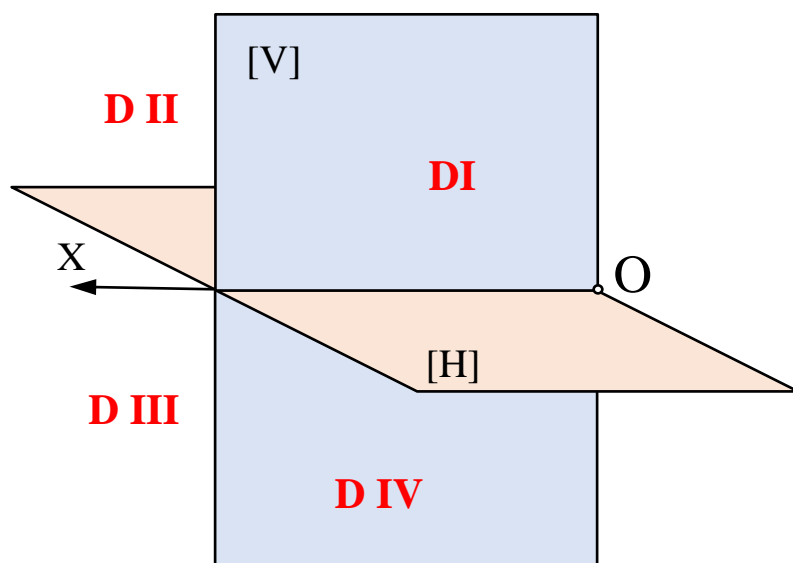


Fig. 11 Împărțirea spațiului în diedre

Împărțirea spațiului în octanți

- Opt octanți
- $[B_{1-3}] \perp [B_{2-4}]$
- Planele bisectoare sunt poziționate la un unghi de 45° față de $[H]$ și $[V]$

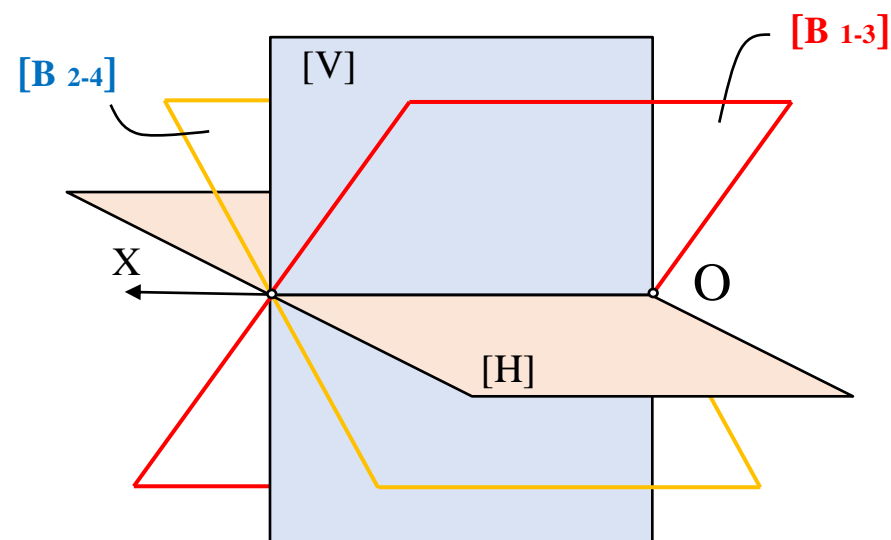
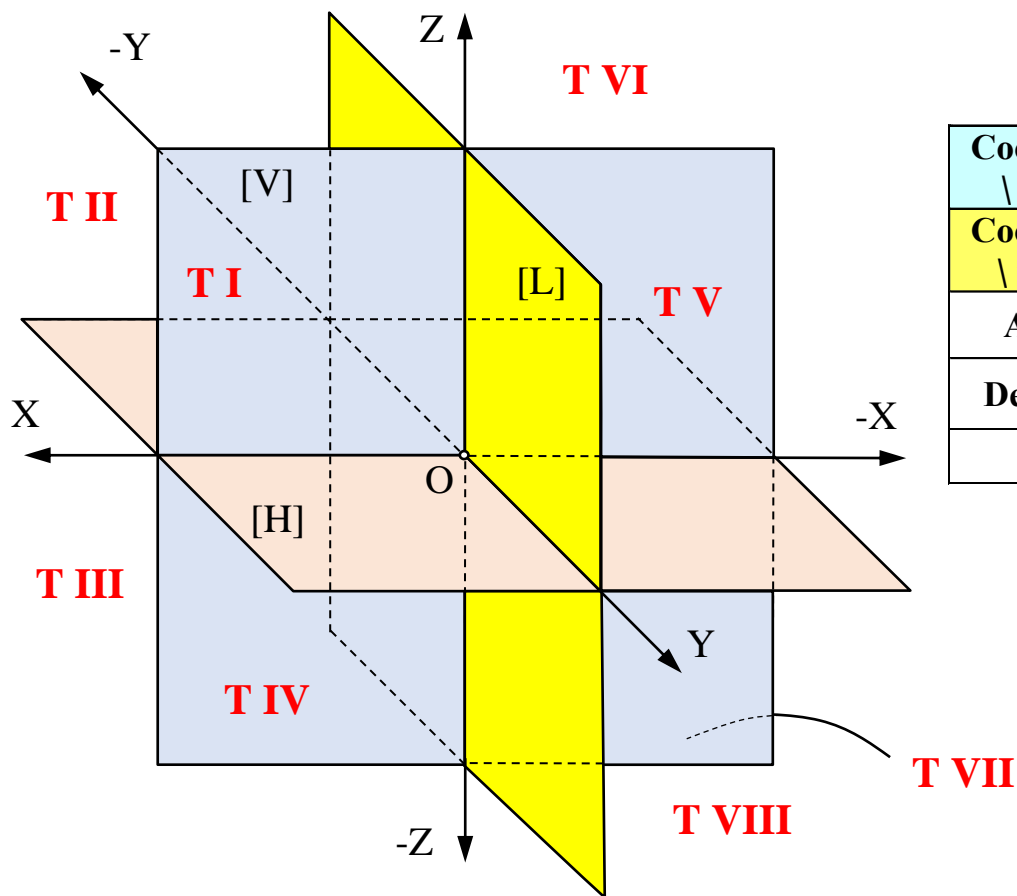


Fig. 12 Împărțirea spațiului în octanți

Împărțirea spațiului în triedre

A treia proiecție se utilizează în situația în care dubla proiecție ortogonală nu asigură lămurirea precisă a formei și poziției obiectului. Această proiecție este numită proiecție laterală.



Tabel 1. Semnele coordonatelor pentru puncte în fiecare triedru

Coordonată \ diedru	I		II		III		IV	
Coordonată \ triedru	T _I	T _V	T _{II}	T _{VI}	T _{III}	T _{VII}	T _{IV}	T _{VIII}
Abscisă	+	-	+	-	+	-	+	-
Depărtare	+	+	-	-	-	-	+	+
Cotă	+	+	+	+	-	-	-	-

- [V], [H] și [L] împart spațiul în opt triedre dreptunghice
- Numerotarea acestora se face în sens trigonometric, în stânga planului lateral și în continuare în dreapta acestuia

OX - abscisa
 OY - depărtare (ordonată)
 OZ - cotă

Fig. 13 Spațiul împărțit în triedre

Reprezentarea în epură

Trecerea de la reprezentarea spațială, la reprezentarea plană, bidimensională, se face rotind planele [H], în jurul axei Ox și [L], în jurul axei Oz în sensurile indicate de săgeți, până se suprapun peste planul vertical [V], care rămâne în planul desenului

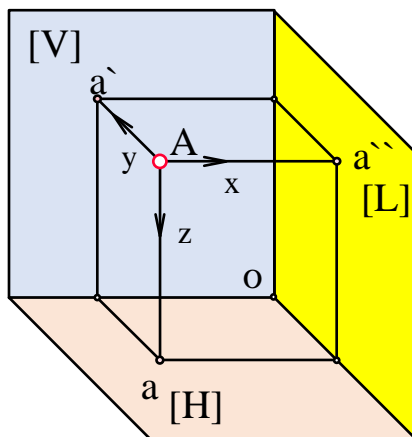


Fig. 15 Reprezentarea punctului în Triedrul I

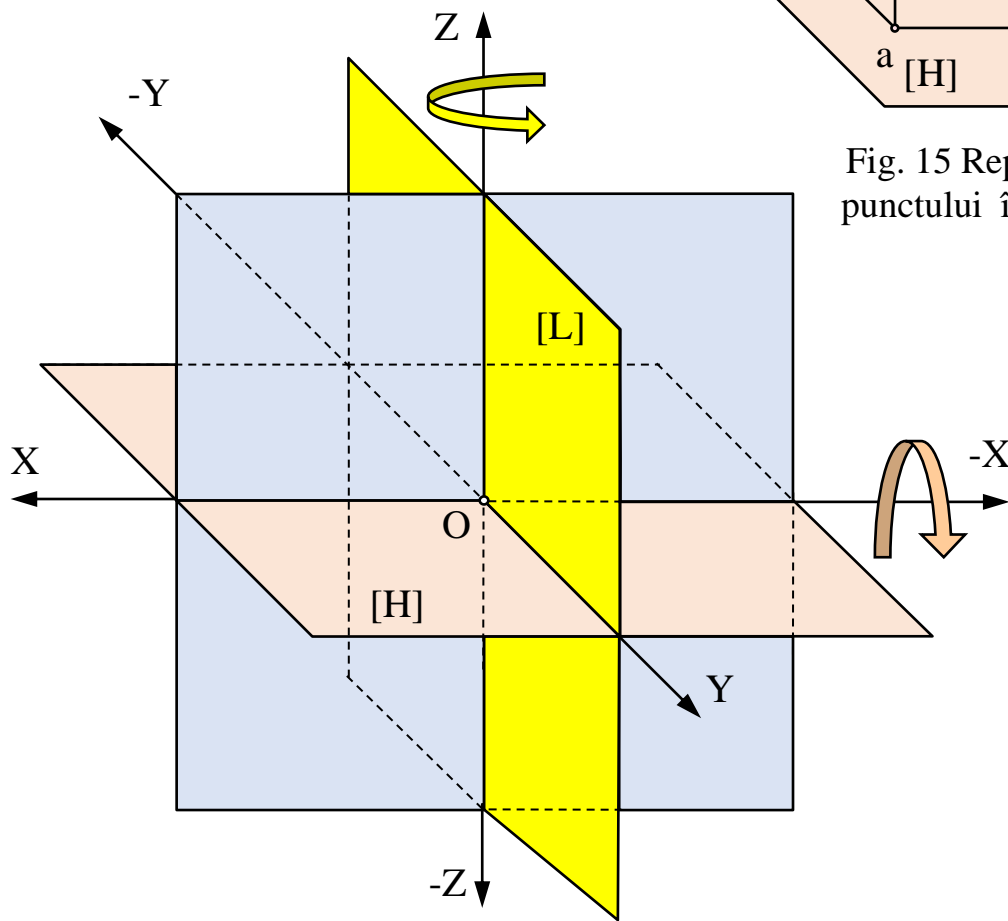


Fig. 14 Crearea epurei Monge

$A(x, y, z)$

OX - abscisa
 OY - depărtare (ordonată)
 OZ - cotă

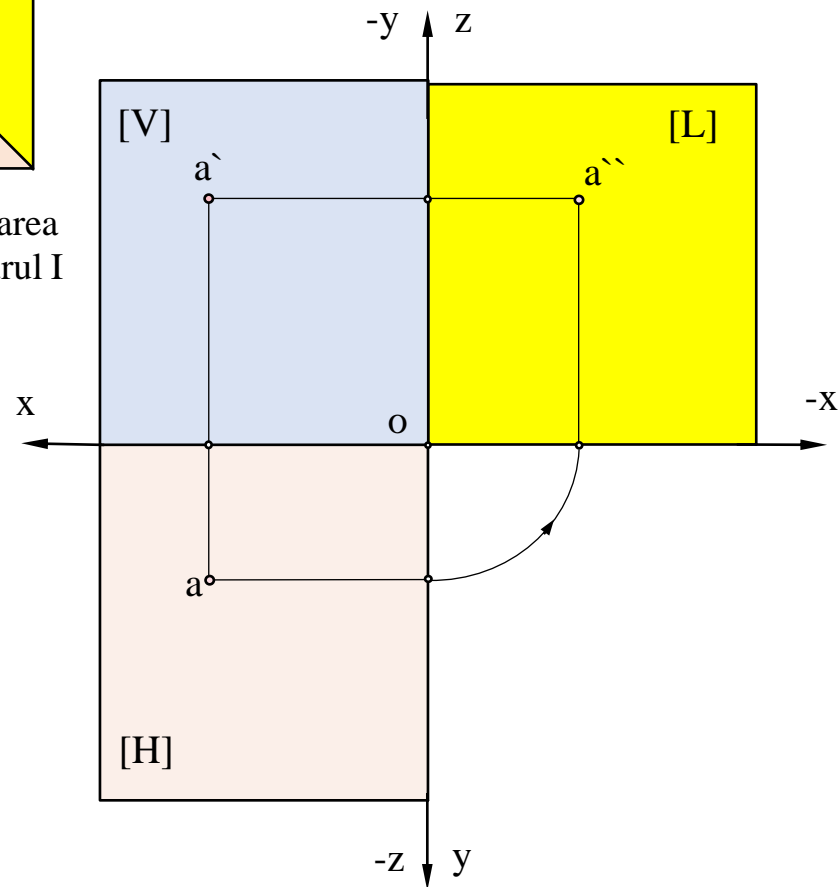
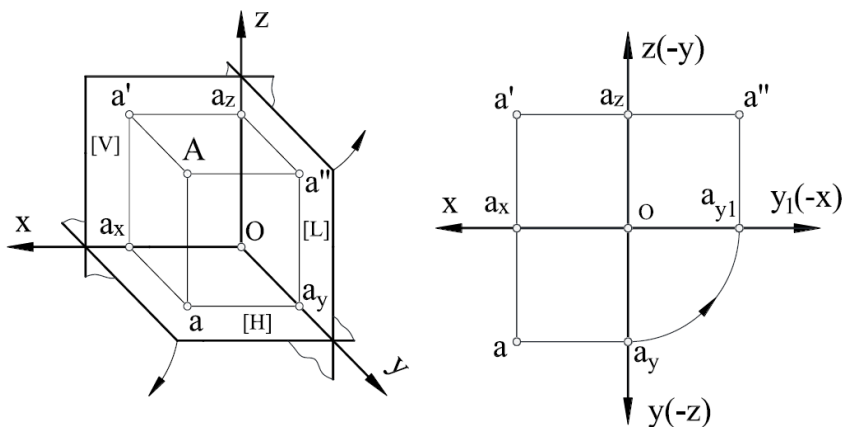


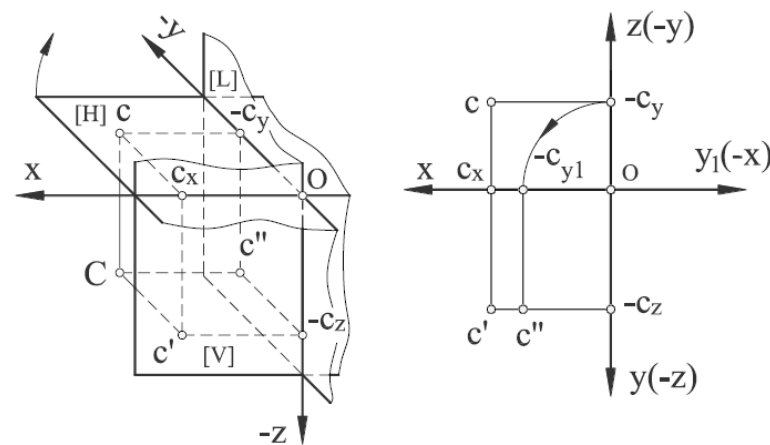
Fig. 16 Reprezentarea punctului în epură

Poziționarea punctului în spațiu și reprezentarea în epură

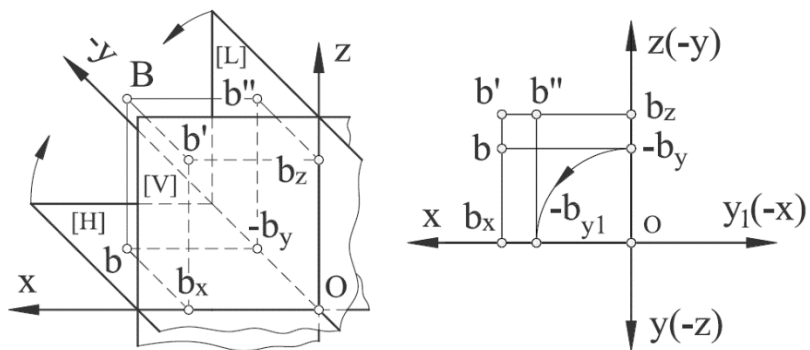
A ∈ T_I



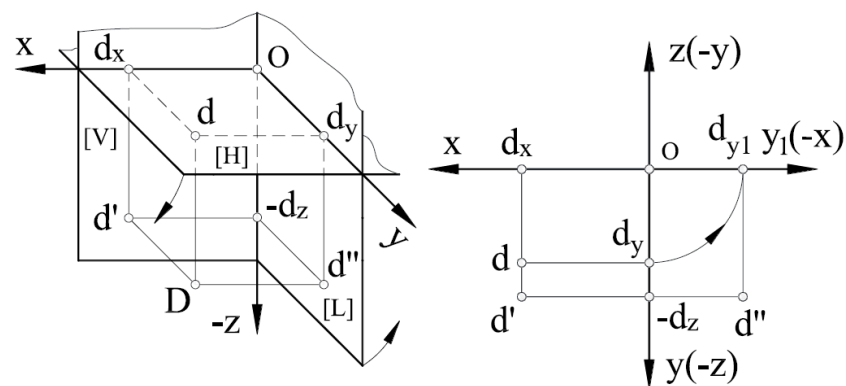
C ∈ T_{III}



B ∈ T_{II}

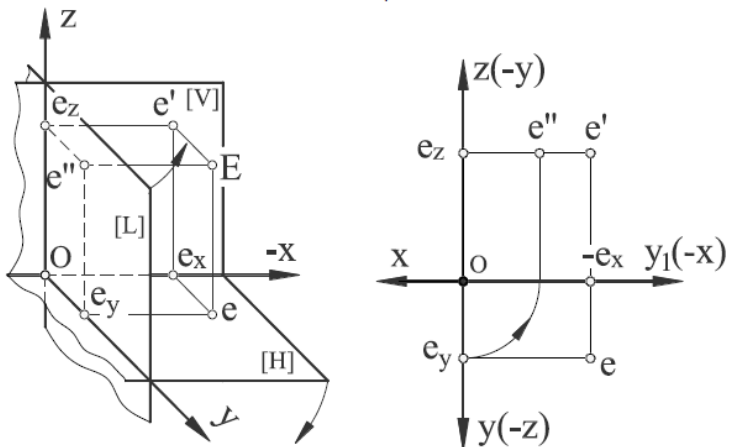


D ∈ T_{IV}

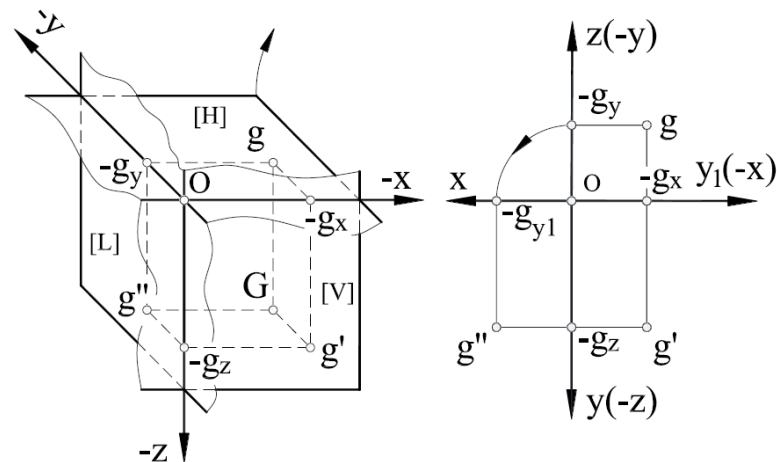


Poziționarea punctului în spațiu și reprezentarea în epură

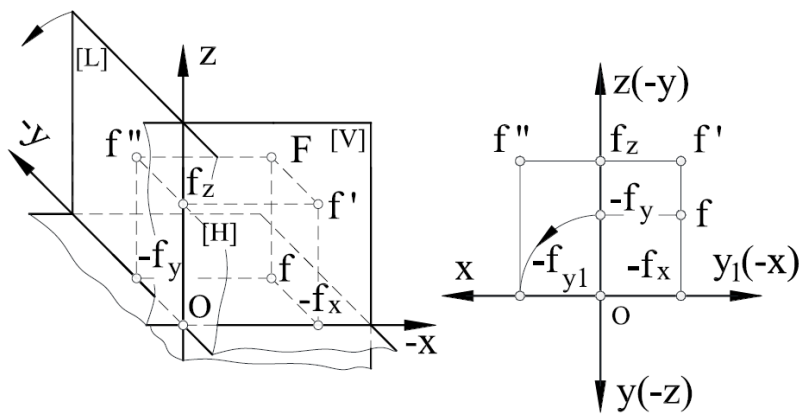
E ∈ T_V



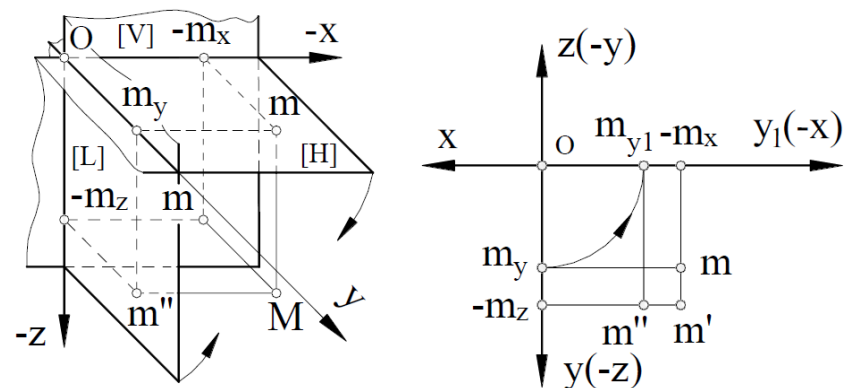
G ∈ T_{VII}



F ∈ T_{VI}



M ∈ T_{VIII}



1.4 Poziții particularele punctelor

Puncte situate în planele de proiecție

- punctul $M \in [H]$
abscisa $\neq 0$,
depărtarea $\neq 0$,
cota = 0;
- punctul $T \in [V]$
abscisa $\neq 0$,
depărtarea = 0,
cota $\neq 0$;
- punctul $C \in [L]$
abscisa = 0,
depărtarea $\neq 0$,
cota $\neq 0$.

Puncte situate pe axe

- punctul $F \in Ox$,
abscisa $\neq 0$,
depărtarea = 0,
cota = 0;
- punctul $K \in Oy$,
abscisa = 0,
depărtarea $\neq 0$,
cota = 0;
- punctul $H \in Oz$,
abscisa = 0,
depărtarea = 0,
cota $\neq 0$.

Puncte simetrice

Puncte simetrice față de planele de proiecție

Un punct situat într-un diedru (triedrul), are trei puncte simetrice față de planele de proiecție. Acestea au câte două coordonate identice cu cele ale punctului, iar a treia coordonată egală în valoare absolută.

Exemplu: $A_1(30, -20, 15)$ este simetricul punctului $A(30, 20, 15)$ față de planul vertical.

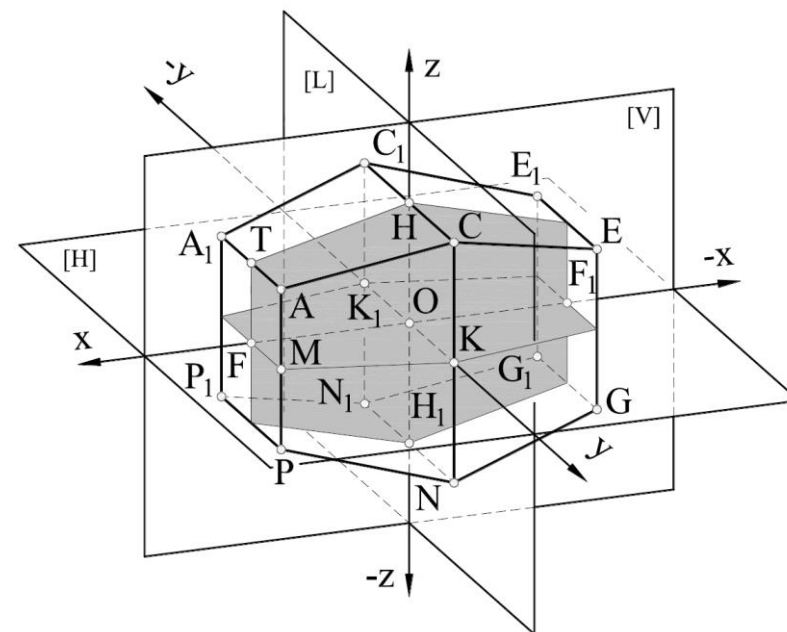


Fig. 17 Puncte situate în poziții particulare.
Puncte simetrice

Puncte simetrice față de axele de proiecție

Aceste puncte au câte două coordonate egale în valoare absolută cu coordonatele punctului, iar a treia coordonată identică

Exemplu: $P_1(30, -20, -15)$ este simetricul punctului $A(30, 20, 15)$ față de axa Ox .