

3.3 Reprezentarea planului. Plane în poziții particulare

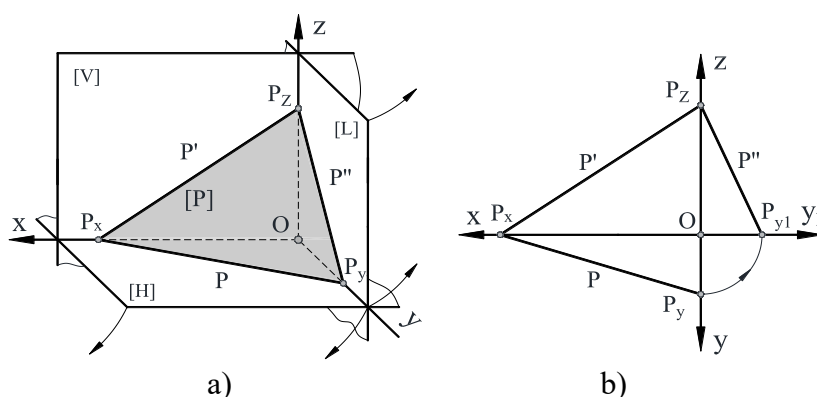


Fig.3.5 Reprezentarea urmelor planului:
a) în spațiu, b) în epură

Un plan oarecare $[P]$ este determinat în spațiu de trei puncte necoliniare, de o dreaptă și un punct exterior ei, de două drepte paralele sau concurente.

În epură, planul se reprezintă prin proiecțiile elementelor care îl determină, sau prin dreptele de intersecție dintre plan și planele de proiecție, numite urme, notate prin

convenție:

P – urma orizontală,

P' – urma verticală,

P'' – urma laterală (fig.3.5).

Planul $[P]$ intersectează axele de coordonate în punctele P_x , P_y și P_z .

Relația punct – dreaptă – plan. Condiția de apartenență a dreptei la plan

În spațiu, o dreaptă este situată într-un plan, dacă cel puțin două puncte ale dreptei sunt situate în acel plan. În epură (fig.3.6, b), condiția necesară și suficientă ca o dreaptă să aparțină unui plan, este ca urmele dreptei să fie situate pe urmele de același nume ale planului (fig.3.6): $h \in P$, $v' \in P'$.

Relația punct – dreaptă – plan. Condiția de apartenență a punctului la plan

Condiția necesară și suficientă ca un punct să aparțină unui plan, este ca punctul să fie situat pe o dreaptă din plan (fig.3.6) $M \in D$, $D \in [P] \Rightarrow M \in [P]$.

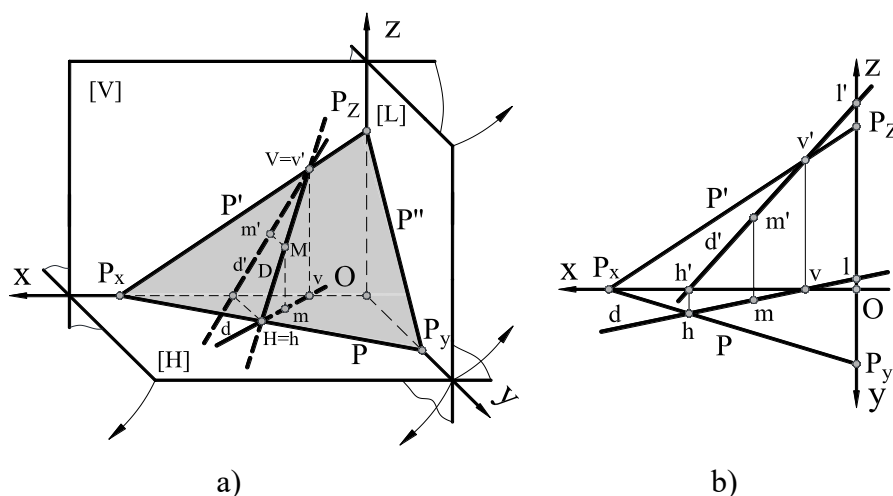


Fig.3.6 Relația punct – dreaptă – plan

Urmele unui plan $[P]$ care conține dreptele $D(d, d')$ și $D_1(d_1, d_1')$ paralele (fig.3.7), sau concurente în punctul $M(m, m')$ (fig.3.8), se obțin determinând urmele orizontale și verticale ale celor două drepte și unind proiecțiile orizontale ale urmelor orizontale și proiecțiile verticale ale urmelor verticale: $h_1 \cup h_2 = P$, $v_1' \cup v_2' = P'$, $P \cap P' = P_x$, $P_x \in O_x$.

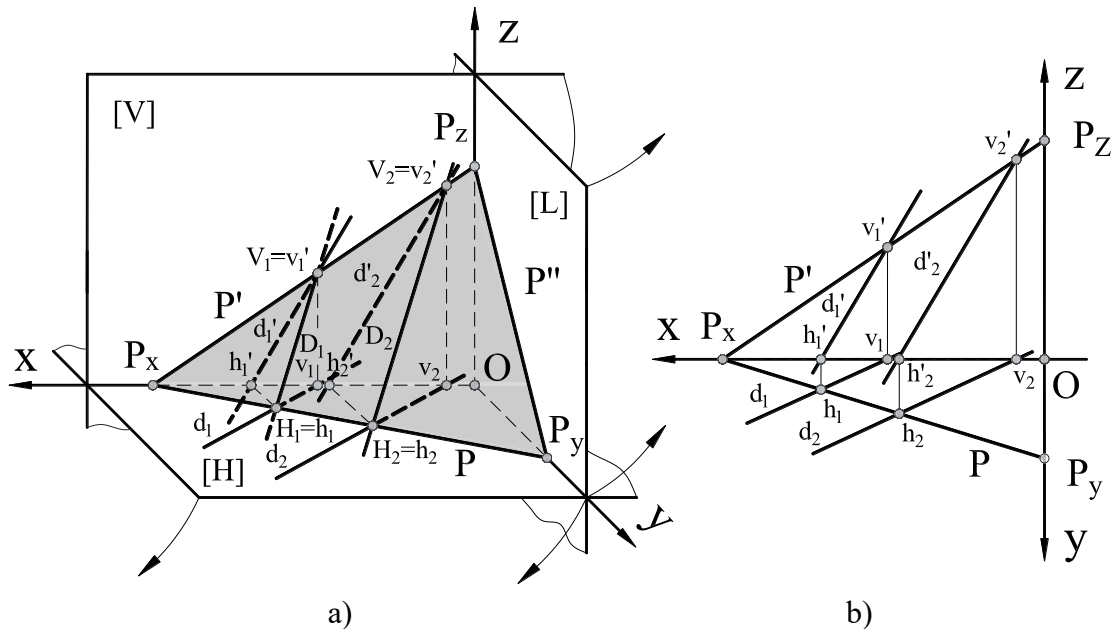


Fig.3.7 Urmele planului determinat de două drepte paralele

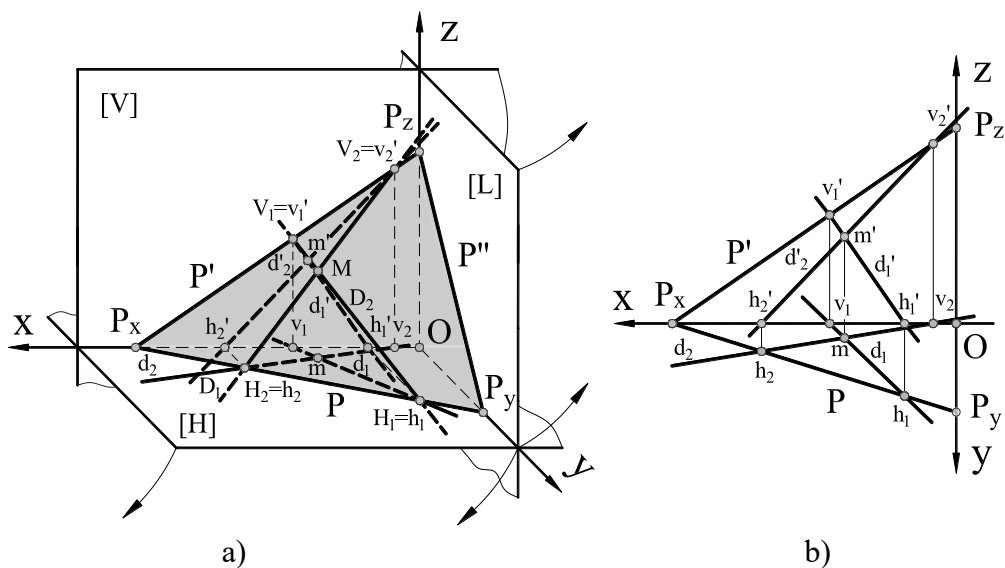


Fig.3.8 Urmele planului determinat de două drepte concurente

Drepte în poziții particulare, situate într-un plan oarecare

Dreptele care au o poziție particulară față de planele de proiecție (orizontalele, frontalele, dreptele de profil) pot fi situate într-un plan oarecare, dacă îndeplinesc condiția de apartenență la acel plan (tabelul 3.5).

Reprezentarea axonometrică	Reprezentarea în epură	Proprietăți
Orizontala planului, $D \parallel [H]$, $D \in [P]$		
		$d \parallel P$ $d' \parallel O_x$ $v' \in P'$ $v \in O_x$
Frontala planului, $D \parallel [V]$, $D \in [P]$		
		$d' \parallel P'$ $d \parallel O_x$ $h \in P$ $h' \in O_x$
Dreapta de profil a planului, $D \parallel [L]$, $D \in [P]$		
		$d' \perp O_x$ $d \perp O_x$ $d'' \parallel P''$ $h \in P$ $v' \in P'$

Tabelul 3.6 Linia de cea mai mare pantă a planului

Reprezentarea axonometrică	Reprezentarea în epură	Proprietăți
Linia de cea mai mare pantă a planului față de [H], $D \in [P]$		
		$D \perp G$ $G \parallel [H], G \in [P]$ $d \perp P, d \perp g$ $v' \in P'$ $h \in P$ $\angle \alpha = \angle ([P], [H])$ $\angle \alpha = \angle v h v_0'$
Linia de cea mai mare pantă a planului față de [V], $D \in [P]$		
		$D \perp F$ $F \parallel [V], F \in [P]$ $d' \perp P', d' \perp f'$ $v' \in P'$ $h \in P$ $\angle \beta = \angle ([P], [V])$ $\angle \beta = \angle h' v' h_0$

Plane în poziții particulare

Poziții particulare în care pot fi situate planele, raportat la planele de proiecție sunt:

- plane perpendiculare pe unul din planele de proiecție;
- plane paralele cu unul din planele de proiecție.

a) Planul perpendicular pe unul din planele de proiecție (plan proiectant) intersectează cele trei plane de proiecție după urmele planului și taie două axe de proiecție, cu a treia fiind paralel.

O figură geometrică plană (un triunghi, de exemplu) conținută într-un plan proiectant are proiecția pe planul față de care este proiectant (perpendicular) de forma unei linii drepte (suprapusă peste urma planului proiectant).

În tabelul 3.7 sunt prezentate cele trei plane proiectante, cu proprietățile caracteristice.

b) Planul paralel cu un plan de proiecție este perpendicular pe celelalte două plane de proiecție (dublu proiectant), are numai două urme și intersectează o singură axă de proiecție, axa pe care este perpendicular.

O figură geometrică plană (un triunghi, de exemplu) conținută într-un plan paralel cu un plan de proiecție este identică cu proiecția ei pe planul respectiv (se proiectează în mărime reală).

Tabelul 3.7 Plane proiectante

Reprezentarea axonometrică	Reprezentarea în epură	Proprietăți
Plan proiectant față de planul orizontal (plan vertical), $[P] \perp [H]$, $[P] \parallel Oz$		
		$P' \parallel Oz$ $P'' \parallel Oz$ $\angle \beta = \angle([P], [V])$ $\angle \beta = \angle(P, Ox)$ $\angle \gamma = \angle([P], [L])$ $\angle \gamma = \angle(P, Oy)$ $abc \equiv P$ $OP_z = \infty$
Plan proiectant față de planul vertical (plan de capăt), $[P] \perp [V]$, $[P] \parallel Oy$		
		$P \perp Ox$ $P'' \perp Oz$ $\angle \alpha = \angle([P], [H])$ $\angle \alpha = \angle(P', Ox)$ $\angle \gamma = \angle([P], [L])$ $\angle \gamma = \angle(P', Oz)$ $a'b'c' \equiv P'$ $OP_y = \infty$
Plan proiectant față de planul lateral (plan paralel cu linia de pământ), $[P] \perp [L]$, $[P] \parallel Ox$		
		$P \parallel Ox$ $P' \parallel Ox$ $\angle \alpha = \angle([P], [H])$ $\angle \alpha = \angle(P'', Oy_1)$ $\angle \beta = \angle([P], [V])$ $\angle \beta = \angle(P'', Oz)$ $a''b''c'' \equiv P''$ $OP_x = \infty$
Plan proiectant față de planul lateral (plan axial), $[P] \perp [L]$, $Ox \in [P]$		
		$P \equiv P' \equiv Ox$ $\angle \alpha = \angle([P], [H])$ $\angle \alpha = \angle(P'', Oy_1)$ $\angle \beta = \angle([P], [V])$ $\angle \beta = \angle(P'', Oz)$ $a''b''c'' \equiv P''$

În tabelul 3.8 sunt prezentate cele trei plane paralele cu planele de proiecție, cu proprietățile caracteristice.

Tabelul 3.8 Plane paralele cu planele de proiecție

Reprezentarea axonometrică	Reprezentarea în epură	Proprietăți
Plan paralel cu planul orizontal (Plan de nivel) $[N] \parallel [H]$, $[N] \perp Oz$		
		$N' \parallel Ox$ $N'' \parallel Oy_1$ $ABC \equiv abc$ $a'b'c' \equiv N'$ $b''a''c'' \equiv N''$ $ON_x = \infty$ $ON_y = \infty$
Plan paralel cu planul vertical (plan de front) $[F] \parallel [V]$, $[F] \perp Oy$		
		$F \parallel Ox$ $F'' \parallel Oz$ $ABC \equiv a'b'c'$ $bac \equiv F$ $a''c''b'' \equiv F''$ $OF_x = \infty$ $OF_z = \infty$
Plan paralel cu planul lateral (plan de profil) $[P] \parallel [L]$, $[P] \perp Ox$		
		$P \equiv P' \perp Ox$ $P'' \parallel Ox$ $ABC \equiv a''b''c''$ $acb \equiv P$ $a'b'c' \equiv P'$ $OP_y = \infty$ $OP_z = \infty$

3.4 Pozițiile relative ale elementelor geometrice

Pozițiile relative a două drepte

Două drepte în spațiu pot să fie paralele, concurente sau disjuncte (tab. 3.9).

Tabelul 3.9 Pozițiile relative a două drepte

Reprezentarea axonometrică	Reprezentarea în epură	Observații
Drepte paralele, $D_1 \parallel D$		
		$d_1 \parallel d$ $d_1' \parallel d'$
Drepte concurente, $D_1 \cap D = I(i, i')$		
		$d_1 \cap d = i$ $d_1' \cap d' = i'$ $i i' \perp O x$
Drepte disjuncte, $D_1 \cap D_2 = \emptyset$		
		$d_1 \cap d_2 = j_1 \equiv j_2$ $z_{J1} > z_{J2}$ J_1 vizibil, în proiecție pe [H] $d_1' \cap d_2' = i_1' \equiv i_2'$ $y_{I1} > y_{I2}$ I_1 vizibil, în proiecție pe [V]

Teorema unghiului drept

Teorema unghiului drept: unghiul drept se proiectează în adevărată mărime pe unul din planele de proiecție, atunci când una din laturile unghiului este paralelă cu acel plan ($CE \parallel [H]$, $\angle CEB = \angle ceb = 90^\circ$ (fig.3.9, a), $IJ \parallel [V]$, $\angle MIJ = \angle m'i'j' = 90^\circ$ (fig.3.9, b) sau $FG \parallel [L]$, $\angle FGR = \angle f'g''r'' = 90^\circ$ (fig.3.9, c).

Reciproca teoremei unghiului drept: dacă proiecția unui unghi pe un plan de proiecție este de 90° , atunci unghiul proiectat este drept, numai dacă cel puțin una dintre laturile lui este paralelă cu acel plan de proiecție.

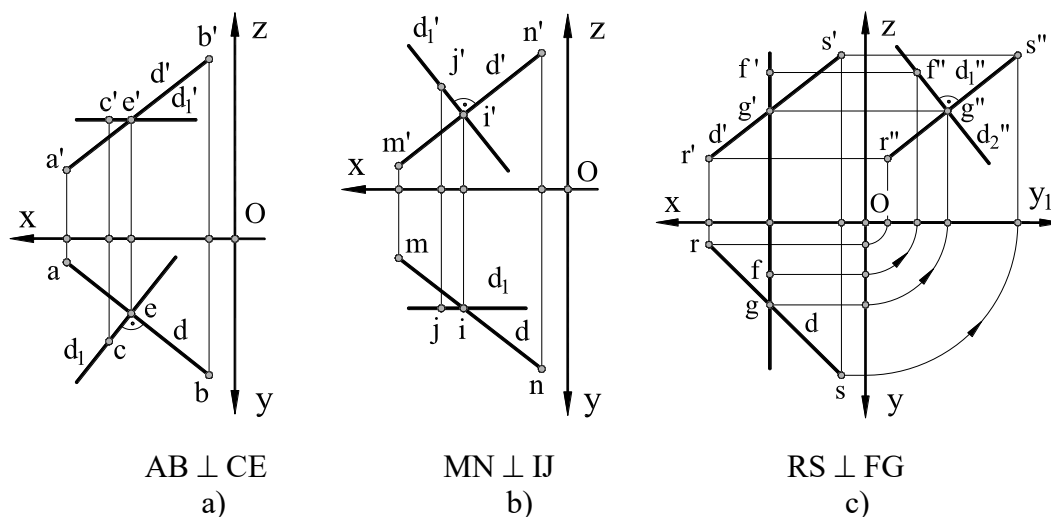


Fig.3.9 Teorema unghiului drept

Vizibilitatea în epură

Când două puncte au proiecțiile suprapuse pe unul din planele de proiecție, este vizibil punctul care se află la distanță mai mare de acel plan, adică cel care are cota, depărtarea, respectiv abscisa mai mare. În figura 3.10 se observă că dintre punctele A și B este vizibil punctul B, în fiecare dintre cazuri.

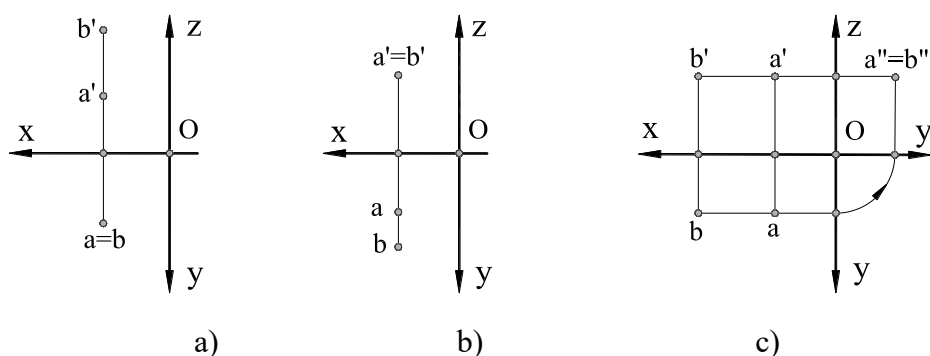


Fig.3.10 Vizibilitatea în epură