

1 Împărțirea spațiului. Reprezentarea punctului

Planele de proiecție, orizontal [H] și vertical [V], reciproc perpendiculare, împart spațiul în patru regiuni, numite diedre și numerotate cu cifre romane de la I la IV, ca în figura 1. Dreapta de intersecție dintre planele de proiecție poartă numele de linie de pământ și se notează cu Ox .

Când dubla proiecție ortogonală nu asigură lămurirea precisă a formei și poziției obiectului, se utilizează o a treia proiecție ortogonală, pe un al treilea plan de proiecție. Acesta este numit plan lateral, se notează cu [L] și este perpendicular pe planele [H] și [V].

Planul lateral [L] împreună cu planele [H] și [V] împart spațiul în opt triedre dreptunghice. Numerotarea acestora se face ca diedrele, în stânga planului lateral și în continuare în dreapta acestuia.

Intersecția planului lateral cu cele două plane de proiecție, [H] și [V], generează axa Oy , axa Oz și originea O .

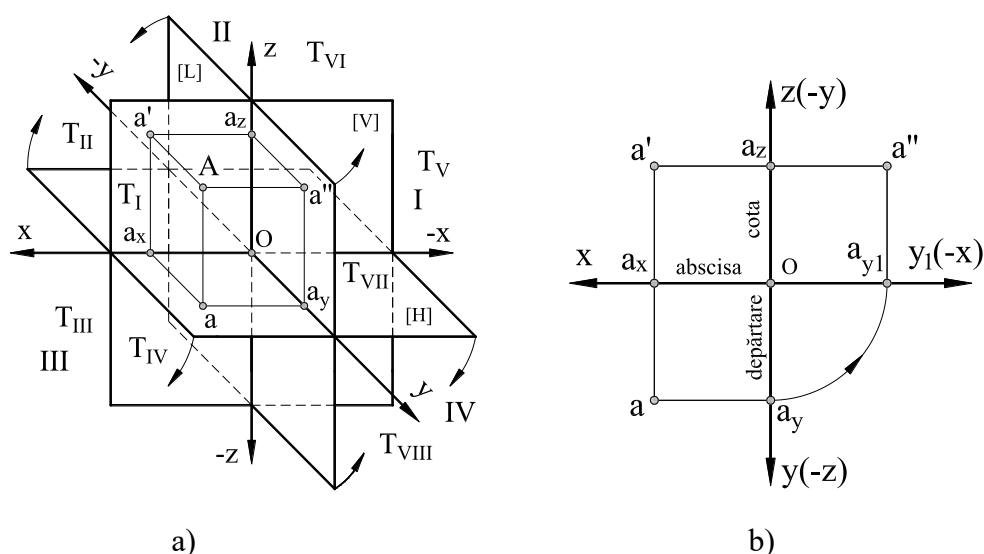


Fig.1 Împărțirea spațiului în diedre și triedre. Epura punctului

Deoarece în general obiectele reprezentate în tehnică sunt situate în triedrul I, și elementele geometrice analizate se vor considera situate în triedrul I.

Poziția unui punct A în spațiu este definită de coordonatele sale descriptive. Acestea sunt (fig.1, a):

- abscisa (x) - distanța de la punctul A la planul lateral, Aa'' , considerată pozitivă în stânga planului lateral și negativă în dreapta planului lateral;
- depărtarea (y) - distanța de la punctul A la planul vertical, Aa' , considerată pozitivă în fața planului vertical și negativă în spatele planului vertical;
- cota (z) - distanța de la punctul A la planul orizontal, Aa , considerată pozitivă deasupra planului orizontal și negativă sub planul orizontal.

Convențional se notează punctul din spațiu cu literă majusculă, iar proiecțiile lui cu litere mici, și anume: proiecția orizontală cu a , proiecția verticală cu a' și proiecția laterală cu a'' . Proiecțiile punctului A pe axe de proiecție se notează cu a_x , a_y , și a_z .

Trecerea de la imaginea spațială din figura 1, a, la reprezentarea plană, bidimensională, se face rotind planele [H], în jurul axei Ox și [L], în jurul axei Oz în sensurile indicate de săgeți, până se suprapun peste planul vertical [V], care rămâne în planul desenului. Proiecțiile orizontală și verticală sunt situate pe aceeași perpendiculară la axa Ox , $a'a_x \perp Ox$, numită linie de ordine.

Desenul astfel obținut se numește epura punctului A (fig.1, b).

Poziționarea punctelor într-unul din cele opt triedre este dată de semnele coordonatelor descriptive prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1 Semnele coordonatelor descriptive

coordonată \ diedru	I		II		III		IV	
coordonată \ triedru	T_I	T_V	T_{II}	T_{VI}	T_{III}	T_{VII}	T_{IV}	T_{VIII}
Abcisa	+	-	+	-	+	-	+	-
Depărtare	+	+	-	-	-	-	+	+
Cotă	+	+	+	+	-	-	-	-

În majoritatea cazurilor, la rezolvarea problemelor se utilizează reprezentarea în sistemul dublu ortogonal, folosind proiecțiile orizontale și verticale ale elementelor geometrice. Astfel, în figura 2 sunt reprezentate patru puncte poziționate în cele patru diedre.

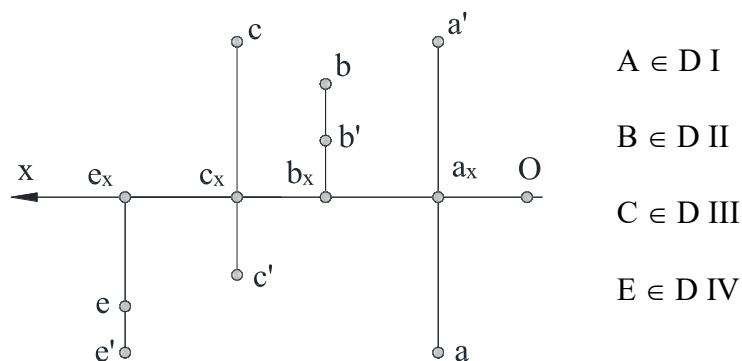


Fig.2 Epura punctului în cele patru diedre

Tabelul 2 Poziționarea punctului în spațiu

$A \in T_I$	$E \in T_V$
$B \in T_{II}$	$F \in T_{VI}$

C ∈ T_{III}	G ∈ T_{VII}
D ∈ T_{IV}	M ∈ T_{VIII}

În probleme, pentru notarea coordonatelor numerice ale punctului, se folosește modul de notare al punctelor de la geometria analitică, adică $A(x, y, z)$, unde $x \equiv$ abscisa, $y \equiv$ depărtarea, $z \equiv$ cota.

Poziționarea punctului în cele opt triedre, cât și tripla proiecție ortogonală a acestora este prezentată în tabelul 2.

Poziții particulare ale punctelor

Puncte situate în plane de proiecție

Dacă punctul este situat în planele de proiecție are una din coordonate nulă, după cum urmează (fig. 3):

- punctul $M \in [H]$ are abscisa $\neq 0$, depărtarea $\neq 0$, cota $= 0$;
- punctul $T \in [V]$ are abscisa $\neq 0$, depărtarea $= 0$, cota $\neq 0$;
- punctul $C \in [L]$ are abscisa $= 0$, depărtarea $\neq 0$, cota $\neq 0$.

Puncte situate pe axe

Punctele situate pe axele de proiecție sunt situate practic pe două plane de proiecție concomitent. Acestea au două coordonate nule, astfel (fig. 3):

- punctul $F \in Ox$, abscisa $\neq 0$, depărtarea = 0, cota = 0;
- punctul $K \in Oy$, are abscisa = 0, depărtarea $\neq 0$, cota = 0;
- punctul $H \in Oz$, abscisa = 0, depărtarea = 0, cota $\neq 0$.

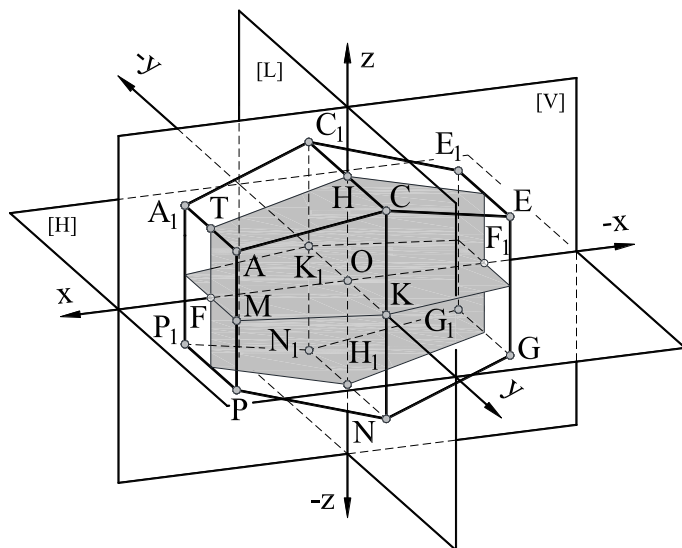


Fig.3 Puncte situate în poziții particulare. Puncte simetrice

Puncte simetrice

a) Puncte simetrice față de planele de proiecție

Un punct A, situat în Diedrul I (triedrul I), are trei puncte simetrice față de planele de proiecție (fig.3). Acestea au câte două coordonate identice cu cele ale punctului A, iar a treia coordonată egală în valoare absolută, după cum urmează:

- punctul P - simetricul punctului A față de planul orizontal, este situat în triedrul IV, are abscisa și depărtarea

punctului A, iar cota negativă, egală cu a punctului A, în valoare absolută;

- punctul A_1 - simetricul punctului A față de planul vertical, este situat în triedrul II, are abscisa și cota punctului A, iar depărtarea egală cu a punctului A, dar cu semn schimbat;

- punctul E - simetricul punctului A față de planul lateral, este situat în triedrul V, are depărtarea și cota punctului A, iar abscisa negativă, egală cu a punctului A, în valoare absolută.

b) Puncte simetrice față de axele de proiecție

Punctul A, situat în triedrul I, are trei puncte simetrice față de axele de proiecție (fig.3). Acestea au câte două coordonate egale în valoare absolută cu coordonatele punctului A, iar a treia coordonată identică, după cum urmează:

- punctul P_1 - simetricul punctului A față de axa Ox, este situat în triedrul III, are abscisa punctului A, iar cota și depărtarea egală cu a punctului A, dar cu semn schimbat;
- punctul G - simetricul punctului A față de axa Oy, este situat în triedrul VIII, are depărtarea punctului A, iar abscisa și cota egală cu a punctului A, în valoare absolută;
- punctul E_1 - simetricul punctului A față de axa Oz, este situat în triedrul VI, are cota punctului A, iar abscisa și depărtarea egală cu a punctului A, în valoare absolută.

3.2 Reprezentarea dreptei. Drepte în poziții particulare

Dreapta oarecare este definită de două puncte, deci pentru a reprezenta o dreaptă în epură, se construiesc proiecțiile a două puncte ale ei.

Se consideră dreapta D din spațiu, definită de punctele A și B, ce aparțin dreptei (fig.4, a). Reprezentarea în epură a dreptei D (fig.4, b) se obține prin construirea

proiecțiilor punctelor care definesc dreapta și unirea proiecțiilor de același fel ale celor două puncte, astfel: $a \cup b = d$, $a' \cup b' = d'$, $a'' \cup b'' = d''$.

Punctul E se găsește pe dreapta D, atunci când proiecțiile lui se situează pe proiecțiile de același fel ale dreptei: $e \in d$ și $e' \in d'$ (fig.4, b) și pe aceeași linie de ordine, $ee' \perp Ox$.

Dreapta de poziție generală străbate trei diedre, delimitate pe dreaptă de punctele în care dreapta intersectează planele de proiecție. Acestea poartă numele de urme dreptei: $H(h, h', h'')$ - urmă horizontală, $V(v, v', v'')$ - urmă verticală și $L(l, l', l'')$ - urmă laterală.

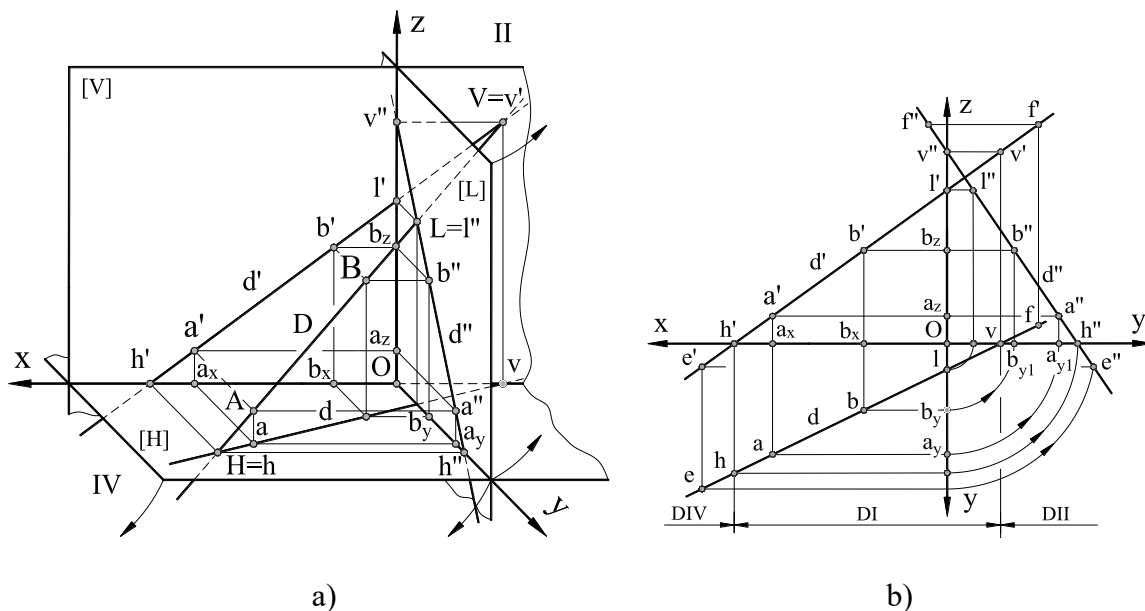


Fig.4 Reprezentarea dreptei oarecare: a) axonometric, b) în epură

Pentru a se determina urmele dreptei în epură, trebuie să se țină seama de condiția de apartenență a punctului la dreaptă și de faptul că urmele au una din coordonate nulă, fiind puncte conținute în planele de proiecție.

Astfel, în figura 4, b, la intersecția proiecției verticale d' cu axa Ox se determină punctul h' - proiecția verticală a urmei orizontale și ducând linia de ordine pe proiecția orizontală a dreptei, d , rezultă proiecția orizontală h ; $h'' = d'' \cap Ox$.

La determinarea urmei verticale a dreptei D, se procedează în mod similar, prelungind proiecția orizontală d a dreptei până la intersecția cu axa Ox și obținându-se punctul v - proiecția orizontală a urmei verticale. Ducând linia de ordine pe proiecția verticală d' a dreptei se determină punctul v' - proiecția verticală a urmei verticale; $v'' = d'' \cap Oz$.

Urma laterală se obține la intersecția proiecțiilor dreptei cu axele Oy și Oz : $l = d \cap Oy$, $l' = d' \cap Oz$. Proiecția laterală a urmei laterale a dreptei D, l'' se află pe o paralelă la Ox dusă prin l' și pe d'' .

Dreapta din figura 4 străbate diedrele DIV, DI și DII. Segmentul de dreaptă cuprins între urmele H și V se află într-un singur diedru, iar celelalte două semidrepte, din stânga și dreapta urmelor, în alte două diedre. Pentru stabilirea diedrelor străbătute de dreapta D, se analizează semnele depărtărilor și cotelor punctelor dreptei, considerând un punct pe dreaptă în fiecare regiune. Punctul E, cu proiecțiile e , e' , are depărtarea pozitivă și cota negativă, deci aparține diedrului IV, iar punctul F, aparține diedrului II, având depărtarea negativă și cota pozitivă.

Drepte în poziții particulare

În spațiu o dreaptă se poate afla în poziții particulare în raport cu cele trei plane de proiecție. Astfel, dreapta poate fi:

- dreaptă paralelă cu unul din planele de proiecție;
- dreaptă perpendiculară pe unul din planele de proiecție (paralelă cu două din planele de proiecție sau cu una din cele trei axe).

Dreptele paralele cu unul din planele de proiecție sau perpendiculare pe acestea au anumite proprietăți în spațiu și prezintă unele particularități în reprezentarea în epură, cunoașterea lor fiind utilă în simplificarea construcțiilor grafice.

Dreptele paralele cu unul din planele de proiecție străbat două diedre, au doar două urme, intersectând două plane de proiecție și sunt determinate de un punct și unghiul cu un plan de proiecție. Dreptele perpendiculare pe planele de proiecție trec deasemenea prin două diedre (excepție fronto-orizontala), au o singură urmă și pot fi determinate de un singur punct.

În tabelul 3 sunt reprezentate axonometric și în epură dreptele paralele cu planele de proiecție, cu proprietățile specifice acestora. Aceste drepte se regăsesc ca muchii ale piesei din tabelul 3, atât pe reprezentarea axonometrică, cât și pe tripla proiecție ortogonală a piesei.

În tabelul 4 sunt reprezentate axonometric și în epură dreptele perpendiculare pe planele de proiecție, cu exemplificare pe aceeași piesă, prin asimilarea cu muchii ale acesteia, aflate în poziții perpendiculare față de planele de proiecție.

Tabelul 3 Drepte paralele cu planele de proiecție

Reprezentarea axonometrică	Reprezentarea în epură	Proprietăți
Dreapta orizontală (dreaptă de nivel) $D \parallel [H]$		
		$Z_A = Z_B$ $d' \parallel O_x, d'' \parallel O_x$ $\angle(D, [V]) = \angle(d, O_x) = \alpha$ $AB = ab$
Dreapta de front (frontală) $D \parallel [V]$		
		$Y_A = Y_B$ $d \parallel O_x, d'' \parallel O_z$ $\angle(D, [H]) = \angle(d', O_x) = \beta$ $AB = a'b'$
Dreapta de profil $D \parallel [L]$		
		$X_A = X_B$ $d \parallel O_z, d' \parallel O_z$ $\angle(D, [H]) = \angle(d'', O_x) = \alpha$ $\angle(D, [V]) = \angle(d'', O_z) = \beta$ $AB = a''b''$
Piesă cu muchii în poziții particulare, paralele cu planele de proiecție		
		Dreapta oarecare $\Delta = A \cup B$ Dreapta orizontală $D_1 = C \cup D, CD \parallel [H]$ Dreapta de front $D_2 = E \cup F, EF \parallel [V]$ Dreapta de profil $D_3 = D \cup G, DG \parallel [L]$

Tabelul 4 Drepte perpendiculare pe planele de proiecție

Reprezentarea axonometrică	Reprezentarea în epură	Proprietăți
Dreapta verticală $D \perp [H]$		
		$y_A = y_B$ $x_A = x_B$ $d' \perp Ox, d'' \parallel Oz$
Dreapta de capăt D [V]		
		$x_A = x_B$ $z_A = z_B$ $d' \perp Ox, d'' \perp Oz$
Dreapta fronto-orizontală $D \perp [L]$		
		$y_A = y_B$ $z_A = z_B$ $d \parallel Ox, d' \parallel Ox$
Piesă cu muchii în poziții particulare, perpendiculare pe planele de proiecție		
		Dreapta verticală $D_4 = A \cup K, AK \perp [H]$ Dreapta de capăt $D_5 = L \cup M, LM \perp [V]$ Dreapta fronto-orizontală $D_6 = A \cup D, AD \perp [L]$