Aplicatie

SL.Dr.ing. Iacob Liviu Scurtu

Se consideră sfera de rază R = 25, cu centrul în punctul Ω(45,30,30).

a) De pe un punct **M(m,m')**, situat pe sferă să se traseze un plan tangent la sferă.

b) De pe un punct **L(l,l')**, exterior sferei să se traseze un plan tangent la sferă.

c) Să se găsească punctele de intersecţie dintre dreapta **D(d,d')**, definită de punctele **A(75,10,30)** şi **B(15,20,45)** şi să se studieze vizibilitatea dreptei;

Plan tangent la o suprafaţă sferică

Planul tangent la o suprafaţă sferică are un punct comun cu aceasta şi este perpendicular pe raza care trece prin punctul de tangenţă.

a) Plan tangent într-un punct pe suprafaţa sferei

Se consideră o sferă cu centrul în **Ω(ω,ω')** şi un punct ***M*(*m,m'*)** situat pe suprafaţa ei conform figurii 1. Pentru a se trasa urmele planului **[*T*]** tangent la sferă, dus prin punctul ***M***, se foloseşte o orizontală ***D*(*d,d'*)** a acestui plan. Deoarece planul tangent este perpendicular pe raza **Ω*M*(ω*m*,ω'*m'*)**, proiecţia orizontală ***d*** a orizontalei se trasează prin punctul ***m***, perpendiculară pe raza **ω*m***. Se determină urma verticală ***V*(*v,v'*)** a orizontalei şi prin proiecţia verticală ***v'*** se trasează urma verticală ***T'*** a planului tangent, perpendicular pe raza **ω'*m'*.** Urma orizontală ***T*** trece prin ***Tx*** şi este paralelă cu proiecţia orizontală ***d*** a orizontalei (sau perpendiculară pe raza **ω*m***).

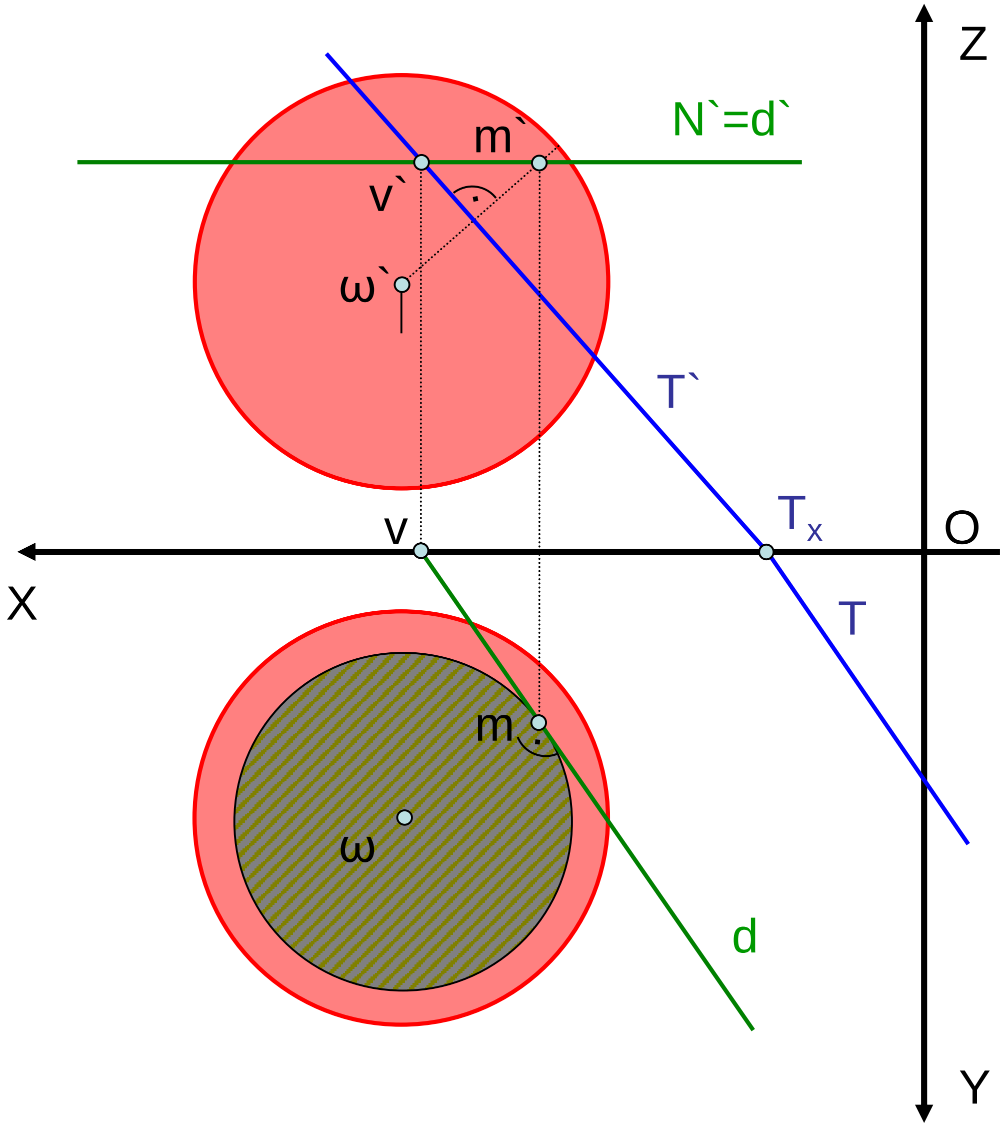

Fig. 1. Plan tangent într-un punct M(m,m'), pe suprafaţa sferei

b) Plan tangent la sferă dintr-un punct exterior ei

Fie sfera cu centrul în **Ω(ω,ω')** şi un punct ***M*(*m,m'*)** exterior ei conform figurii 2. Problema trasării unui plan tangent la suprafaţa sferică prin punctul ***M*(*m,m'*)** are o infinitate de soluţii. În continuare, se vor trasa două astfel de plane, folosind tangentele duse din punctul ***M*(*m,m'*)** la secţiunea circulară determinată în sferă de planul de nivel **[*N*]**, care trece prin acest punct.

În epură, secţiunea circulară determinată de planul de nivel se proiectează în adevărată mărime pe planul orizontal de proiecţie. Tangentele duse din punctul *m* la acest cerc sunt orizontalele ***D1*(*d1,d1'*)** **≡ *M1*(*m1,m'1'*)** şi ***D2*(*d2,d2'*) ≡ *M2*(*m2,m'2'*)**. Planele tangente **[*T1*]** şi **[*T2*]** au urmele verticale ***T1'*** şi ***T2'*** perpendiculare pe razele **ω'*1'***, respectiv **ω'*2'*** şi trec prin urmele verticale ***v1'*** şi ***v2'***, ale celor două orizontale. Urmele orizontale ***T1*** şi ***T2*** se trasează prin ***T1x*** şi ***T2x*** şi sunt paralele cu proiecţiile orizontale ale orizontalelor tangente, ***d1*** şi respectiv ***d2***.

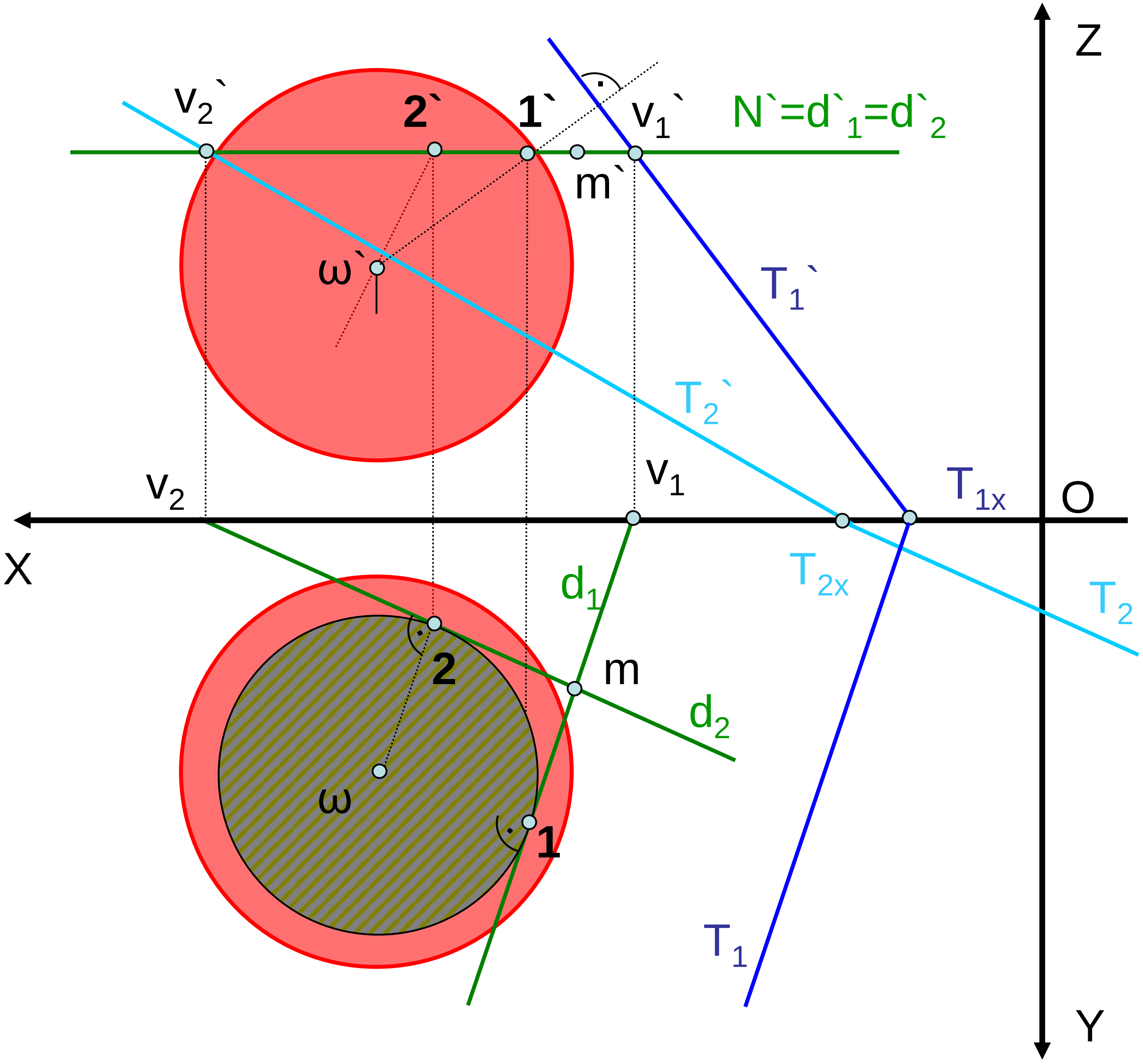

Fig. 2. Plan tangent într-un punct M(m,m’), exterior sferei

Intersecţia unei sfere cu o dreaptă

În general, o dreaptă intersectează o sferă în două puncte. Se disting două cazuri **: dreapta trece** sau **nu trece** prin centrul sferei. Pentru determinarea punctelor de intersecţie se folosesc metodele **Geometriei descriptive**, simplificând rezolvarea problemei.

c) Intersecţia sferei cu o dreaptă care trece prin centrul sferei

Se consideră sfera cu centrul în punctul **Ω(*ω,ω'*)** şi dreapta ***D*(*d,d'*)**, care trece prin centrul sferei (fig.3). Proiecţia sferei pe planul vertical de proiecţie este cercul meridian obţinut prin secţionarea sferei cu planul de front **[*F*]**, ce trece prin centrul sferei. Printr-o rotaţie de nivel, luând axa de rotaţie ***Z*(*z,z'*)** prin centrul sferei, se transformă dreapta ***D*** în frontala $\boldsymbol{D_1(d_1,d_1')}$, conţinută în planul **[*F*]**, cu ajutorul punctului ***A*(*a,a'*)**. Astfel, cercul meridian şi dreapta $\boldsymbol{D_1}$ sunt coplanare şi se intersectează în punctele $\boldsymbol{1_1'}$ şi $\boldsymbol{2_1'}$. Revenind din rotaţie, în proiecţia verticală se obţin proiecţiile ***1'*** şi ***2'*** pe proiecţia ***d'***, iar apoi cu linii de ordine se determină şi proiecţiile orizontale ***1*** şi ***2*** pe proiecţia orizontală ***d***. Punctele **(*1,1'*)** şi **(*2,2'*)** sunt punctele în care dreapta ***D*(*d,d'*)** intersectează sfera. În proiecţia orizontală, dreapta este invizibilă de la conturul aparent până în punctul ***2***, iar în proiecţia verticală este invizibilă între punctele ***1'*** şi ***2'***, în funcţie de poziţia punctelor de intersecţie pe sferă.

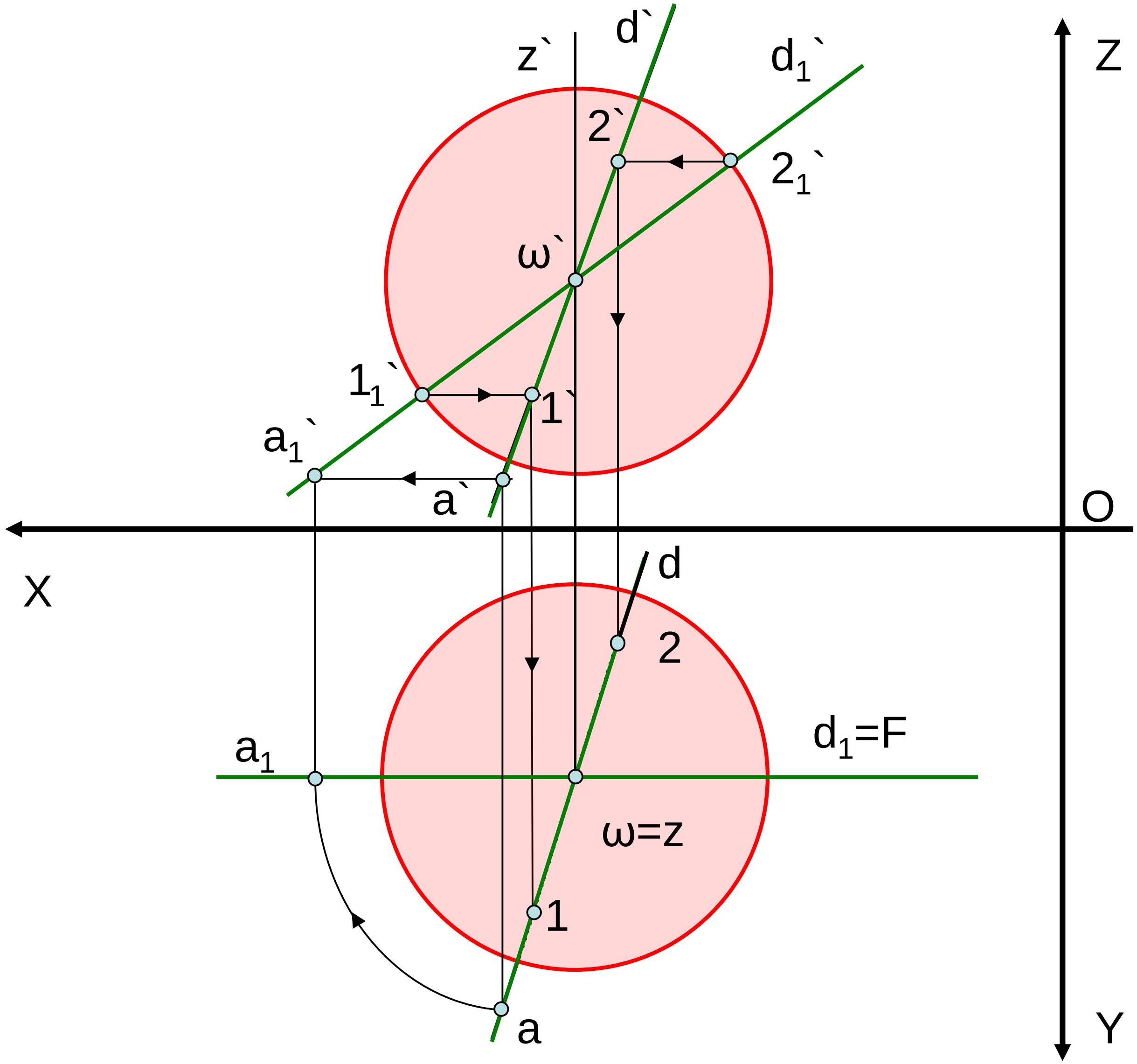

Fig. 3. Intersecţia sferei cu o dreaptă care trece prin centrul sferei –rotaţie de nivel

d) **Intersecţia sferei cu o dreaptă care nu trece prin centrul sferei**

Determinarea punctelor în care o dreaptă care nu trece prin centrul sferei, se poate face utilizând metodele Geometriei descriptive, în mai multe moduri.

Problemă se poate rezolva ducând prin dreaptă un plan proiectant vertical **[*P*]**, ***P* ≡ *d*** (fig.4). Se rabate planul împreună cu dreapta şi cu secţiunea circulară, pe care o determină în sferă, pe planul orizontal de proiecţie. Proiecţia rabătută d_0 a dreptei intersectează cercul de secţiune în punctele 1_0 şi 2_0. Se revine din rabatere şi se obţin proiecţiile orizontale ***1*** şi ***2***, pe proiecţia ***d***, iar apoi cu linii de ordine se determină proiecţiile verticale ***1'*** şi ***2'***, pe proiecţia ***d'*** a dreptei, punctele **(*1,1'*)** şi **(*2,2'*)** fiind punctele de intersecţie dintre sferă şi dreapta ***D*(*d,d'*)**.

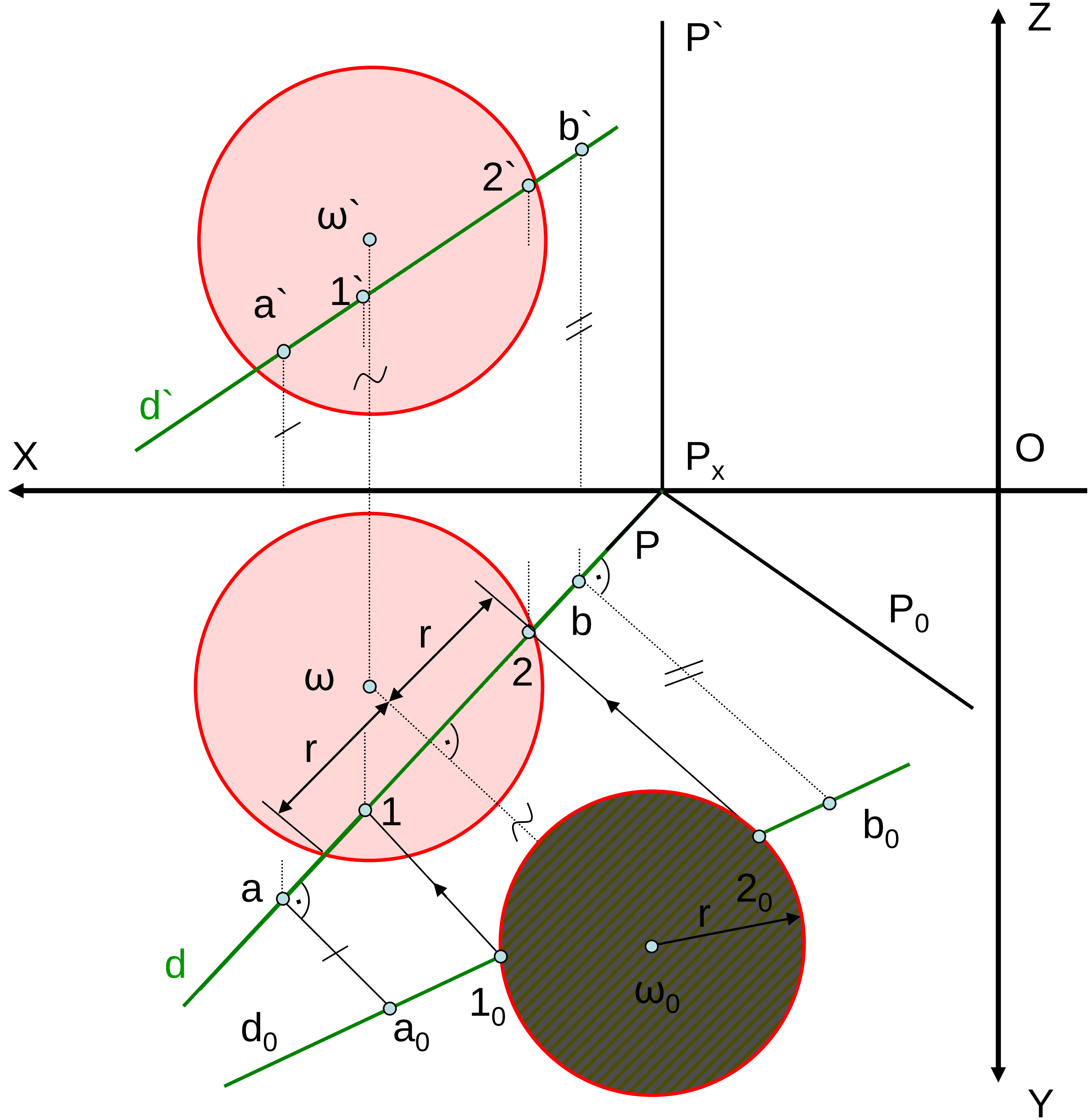

Fig. 4. Intersecţia sferei cu o dreaptă care nu trece prin centrul sferei –rabatere